

Traduction française d'un extrait du *Traité du Sage unique Abu al-Fath 'Umar b. Ibrahim al-Khayyami en Algèbre et en al-Muqabala* d'Al-Khayyam [le texte et la figure sont tirés de l'ouvrage *Al-Khayyām mathématicien*, R. Rashed et B. Vahabzadeh (éd.), Paris, Blanchard, 1999].

« *Un cube est égal à des côtés plus un nombre.*

Posons AB le côté d'un carré égal au nombre des côtés, et construisons un solide dont la base soit le carré de AB, et qui soit égal au nombre donné ; que sa hauteur BC soit perpendiculaire à AB.

Prolongeons AB et BC, construisons une parabole de sommet le point B, d'axe sur le prolongement de AB [c'est-à-dire BI] et dont le côté droit soit AB ; soit DBE. Elle est de position connue, et elle est tangente à la droite BC, comme l'a montré Apollonius dans la proposition 58 du livre I.

Construisons une autre section, une hyperbole, de sommet le point B, d'axe sur le prolongement de BC et dont chacun des côtés droit et transverse soit égal à BC ; soit la section GBE. Elle est de position connue, et elle est tangente à la droite AB.

Les deux sections se coupent nécessairement. Qu'elles se coupent au point E. Le point E est alors de position connue. Menons du point E les deux perpendiculaires EI et EH ; elles sont de position et de grandeur connues.

Or, la droite EH est une ordonnée [de l'hyperbole], et, selon ce qui précède, son carré est donc égal au produit de CH par BH. Le rapport de CH à EH est donc égal au rapport de EH à HB.

Mais le rapport de EH (qui est égal à BI) à HB (qui est égal à EI qui, elle, est une ordonnée de l'autre section) est égal au rapport de EI à AB, laquelle est le côté droit de la section [parabolique].

Les quatre droites sont donc en proportion : le rapport de AB à HB est donc égal au rapport de HB à BI et au rapport de BI à CH. Donc le rapport du carré de AB, la première, au carré de HB, la seconde, est égal au rapport de HB, la seconde, à CH, la quatrième.

Le cube de HB est donc égal au solide dont la base est le carré de AB et la hauteur CH, puisque les hauteurs sont inversement proportionnelles à leurs bases.

Mais ce solide est égal au solide dont la base est le carré de AB et la hauteur BC (que nous avons construit égal au nombre donné) plus le solide délimité par une base égale au carré de AB et par une hauteur BH, qui est égal au nombre donné des côtés du cube de BH. Le cube de BH est donc égal au nombre donné plus le nombre donné de ses côtés. Et c'est ce qu'on voulait.

On a montré que cette espèce ne comporte pas différents cas, et qu'elle [...] ne comprend rien d'impossible. Elle a été résolue par les propriétés de deux sections, une parabole et une hyperbole à la fois. »

