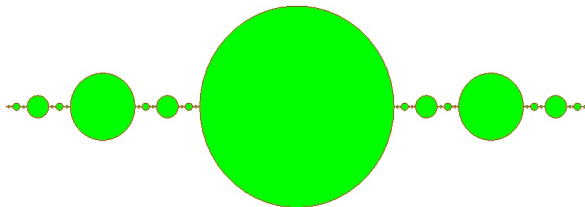


Alexandre Guilbaud - Laurent Mazliak



Georg Cantor

Ensembles pour toujours...



Georg Cantor (1845-1918)

Georg Cantor nait en 1845 à St Petersburg. Son père courtier à la bourse.



Georg Cantor (1845-1918)

Georg Cantor nait en 1845 à St Petersburg. Son père courtier à la bourse.

- Par sa mère, descendant d'une famille de musiciens autrichiens.



Georg Cantor (1845-1918)

Georg Cantor nait en 1845 à St Petersburg. Son père courtier à la bourse.

- Par sa mère, descendant d'une famille de musiciens autrichiens.
- Foyer luthérien fervent



Georg Cantor (1845-1918)

Georg Cantor nait en 1845 à St Petersburg. Son père courtier à la bourse.

- Par sa mère, descendant d'une famille de musiciens autrichiens.
- Foyer luthérien fervent
- En 1856, le père tombe malade : la famille déménage pour chercher un climat moins rigoureux.



Georg Cantor (1845-1918)

Georg Cantor nait en 1845 à St Petersburg. Son père courtier à la bourse.

- Par sa mère, descendant d'une famille de musiciens autrichiens.
- Foyer luthérien fervent
- En 1856, le père tombe malade : la famille déménage pour chercher un climat moins rigoureux.
- S'installent en Allemagne à Wiesbaden puis à Francfort.

- 1860 : diplômé de la Realschule de Darmstadt. On y remarque ses qualités exceptionnelles en mathématiques.

- 1860 : diplômé de la Realschule de Darmstadt. On y remarque ses qualités exceptionnelles en mathématiques.
- 1862 : Ecole polytechnique fédérale de Zürich. Commence des études de mathématiques.

- 1860 : diplômé de la Realschule de Darmstadt. On y remarque ses qualités exceptionnelles en mathématiques.
- 1862 : Ecole polytechnique fédérale de Zürich. Commence des études de mathématiques.
- 1863 : mort de son père. Georg décide d'aller à Berlin

- 1860 : diplômé de la Realschule de Darmstadt. On y remarque ses qualités exceptionnelles en mathématiques.
- 1862 : Ecole polytechnique fédérale de Zürich. Commence des études de mathématiques.
- 1863 : mort de son père. Georg décide d'aller à Berlin
- Suit les cours de Weierstrass, Kummer, Kronecker.

- 1860 : diplômé de la Realschule de Darmstadt. On y remarque ses qualités exceptionnelles en mathématiques.
- 1862 : Ecole polytechnique fédérale de Zürich. Commence des études de mathématiques.
- 1863 : mort de son père. Georg décide d'aller à Berlin
- Suit les cours de Weierstrass, Kummer, Kronecker.
- Se lie avec Hermann Schwarz.

- 1867 : thèse sur la théorie des nombres

- 1867 : thèse sur la théorie des nombres
- 1869 : Enseigne dans une école de filles à Berlin

- 1867 : thèse sur la théorie des nombres
- 1869 : Enseigne dans une école de filles à Berlin
- Accepte un poste à l'université de Halle, où il passera en fait toute sa carrière

- A la suite des travaux de Dirichlet et Riemann, les questions sur les séries trigonométriques envahissent l'analyse.

- A la suite des travaux de Dirichlet et Riemann, les questions sur les séries trigonométriques envahissent l'analyse.
- Eduard Heine, professeur à Halle (1869) : *Sur les séries trigonométriques*

- A la suite des travaux de Dirichlet et Riemann, les questions sur les séries trigonométriques envahissent l'analyse.
- Eduard Heine, professeur à Halle (1869) : *Sur les séries trigonométriques*
- Résultat le plus important : *si la série trigonométrique converge uniformément vers 0 sur $[-\pi, \pi]$ sauf éventuellement en un nombre fini de points, alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n = b_n = 0$.*

- A la suite des travaux de Dirichlet et Riemann, les questions sur les séries trigonométriques envahissent l'analyse.
- Eduard Heine, professeur à Halle (1869) : *Sur les séries trigonométriques*
- Résultat le plus important : *si la série trigonométrique converge uniformément vers 0 sur $[-\pi, \pi]$ sauf éventuellement en un nombre fini de points, alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n = b_n = 0$.*
- Sous l'impulsion de Heine, Cantor se met aussi à étudier les séries trigonométriques, et en particulier les conditions sous lesquelles on a unicité de la décomposition.

- 1870 : Cantor montre que si

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)) = 0, \forall x \in]a, b[$$

alors $a_n \rightarrow 0$ et $b_n \rightarrow 0$.

- 1870 : Cantor montre que si

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)) = 0, \forall x \in]a, b[$$

alors $a_n \rightarrow 0$ et $b_n \rightarrow 0$.

- Pour le démontrer, utilise des raisonnements de type topologique (unicité d'un point d'accumulation pour une suite bornée implique convergence).

- 1870 : Cantor montre que si

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)) = 0, \forall x \in]a, b[$$

alors $a_n \rightarrow 0$ et $b_n \rightarrow 0$.

- Pour le démontrer, utilise des raisonnements de type topologique (unicité d'un point d'accumulation pour une suite bornée implique convergence).
- Dans un papier ultérieur, montre que si

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

converge pour tout réel x , alors $(a_n)_{n \geq 0}$ et $(b_n)_{n \geq 0}$ sont uniques.

- 1870 : Cantor montre que si

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)) = 0, \forall x \in]a, b[$$

alors $a_n \rightarrow 0$ et $b_n \rightarrow 0$.

- Pour le démontrer, utilise des raisonnements de type topologique (unicité d'un point d'accumulation pour une suite bornée implique convergence).
- Dans un papier ultérieur, montre que si

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

converge pour tout réel x , alors $(a_n)_{n \geq 0}$ et $(b_n)_{n \geq 0}$ sont uniques.

- 1871 : Affaiblir les hypothèses tout en gardant l'unicité : supposer qu'en des points exceptionnels on n'a pas la convergence de

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

vers 0.

- 1870 : Cantor montre que si

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)) = 0, \forall x \in]a, b[$$

alors $a_n \rightarrow 0$ et $b_n \rightarrow 0$.

- Pour le démontrer, utilise des raisonnements de type topologique (unicité d'un point d'accumulation pour une suite bornée implique convergence).
- Dans un papier ultérieur, montre que si

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

converge pour tout réel x , alors $(a_n)_{n \geq 0}$ et $(b_n)_{n \geq 0}$ sont uniques.

- 1871 : Affaiblir les hypothèses tout en gardant l'unicité : supposer qu'en des points exceptionnels on n'a pas la convergence de

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

vers 0.

- Cantor le suppose d'abord sur un sous-ensemble fini de l'intervalle borné $[a, b]$: en ces points, soit la série ne converge pas, soit la somme $f(x) \neq 0$. Cantor démontre que l'unicité reste vraie.

- 1872 : Extension d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques.

- 1872 : Extension d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques.
- Pour démontrer son théorème, Cantor se dit obligé de donner d'abord quelques éclaircissements *destinés à mettre en lumière les diverses manières de se comporter des grandeurs numériques en nombre fini ou infini.*

- 1872 : Extension d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques.
- Pour démontrer son théorème, Cantor se dit obligé de donner d'abord quelques éclaircissements *destinés à mettre en lumière les diverses manières de se comporter des grandeurs numériques en nombre fini ou infini.*
- Théorie des irrationnels (précisée sous sa forme définitive en 1883)

- 1872 : Extension d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques.
- Pour démontrer son théorème, Cantor se dit obligé de donner d'abord quelques éclaircissements *destinés à mettre en lumière les diverses manières de se comporter des grandeurs numériques en nombre fini ou infini.*
- Théorie des irrationnels (précisée sous sa forme définitive en 1883)
- Deux suites de rationnels $(a_1, a_2, \dots)$ et $(a'_1, a'_2, \dots)$ sont équivalentes si la suite $(a_1 - a'_1, a_2 - a'_2, \dots)$ tend vers 0.

- 1872 : Extension d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques.
- Pour démontrer son théorème, Cantor se dit obligé de donner d'abord quelques éclaircissements *destinés à mettre en lumière les diverses manières de se comporter des grandeurs numériques en nombre fini ou infini*.
- Théorie des irrationnels (précisée sous sa forme définitive en 1883)
- Deux suites de rationnels $(a_1, a_2, \dots)$ et $(a'_1, a'_2, \dots)$ sont équivalentes si la suite $(a_1 - a'_1, a_2 - a'_2, \dots)$ tend vers 0.
- Si $(a_1, a_2, \dots)$ est une suite de Cauchy de rationnels: soit elle converge vers un rationnel, soit elle définit un nouveau nombre b , défini de même par toute suite qui lui est équivalente.

- 1872 : Extension d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques.
- Pour démontrer son théorème, Cantor se dit obligé de donner d'abord quelques éclaircissements *destinés à mettre en lumière les diverses manières de se comporter des grandeurs numériques en nombre fini ou infini*.
- Théorie des irrationnels (précisée sous sa forme définitive en 1883)
- Deux suites de rationnels $(a_1, a_2, \dots)$ et $(a'_1, a'_2, \dots)$ sont équivalentes si la suite $(a_1 - a'_1, a_2 - a'_2, \dots)$ tend vers 0.
- Si $(a_1, a_2, \dots)$ est une suite de Cauchy de rationnels: soit elle converge vers un rationnel, soit elle définit un nouveau nombre b , défini de même par toute suite qui lui est équivalente.
- Construction de l'ensemble B "complété" de l'ensemble A des rationnels.

- Cantor dit alors qu'on peut poursuivre la construction : suites de Cauchy de B pour définir l'ensemble C etc.

- Cantor dit alors qu'on peut poursuivre la construction : suites de Cauchy de B pour définir l'ensemble C etc.
- *la notion de nombre, si développée qu'elle soit, porte en elle le germe d'une extension nécessaire en soi et absolument infinie*

- Cantor dit alors qu'on peut poursuivre la construction : suites de Cauchy de B pour définir l'ensemble C etc.
- *la notion de nombre, si développée qu'elle soit, porte en elle le germe d'une extension nécessaire en soi et absolument infinie*
- *Etant donné, dans un intervalle fini, un ensemble de points, il y a lieu en général, d'envisager un second ensemble de points déduit du premier d'une certaine manière, puis un troisième déduit du deuxième de la même façon, etc. ; il est nécessaire de les étudier tous si l'on veut concevoir la nature du premier.*

- Cantor dit alors qu'on peut poursuivre la construction : suites de Cauchy de B pour définir l'ensemble C etc.
- *la notion de nombre, si développée qu'elle soit, porte en elle le germe d'une extension nécessaire en soi et absolument infinie*
- *Etant donné, dans un intervalle fini, un ensemble de points, il y a lieu en général, d'envisager un second ensemble de points déduit du premier d'une certaine manière, puis un troisième déduit du deuxième de la même façon, etc. ; il est nécessaire de les étudier tous si l'on veut concevoir la nature du premier.*
- Prémices de la notion de sous-ensemble, mais surtout de la notion d'ensemble dérivé (ensemble des points d'accumulation)

- Cantor dit alors qu'on peut poursuivre la construction : suites de Cauchy de B pour définir l'ensemble C etc.
- *la notion de nombre, si développée qu'elle soit, porte en elle le germe d'une extension nécessaire en soi et absolument infinie*
- *Etant donné, dans un intervalle fini, un ensemble de points, il y a lieu en général, d'envisager un second ensemble de points déduit du premier d'une certaine manière, puis un troisième déduit du deuxième de la même façon, etc. ; il est nécessaire de les étudier tous si l'on veut concevoir la nature du premier.*
- Prémices de la notion de sous-ensemble, mais surtout de la notion d'ensemble dérivé (ensemble des points d'accumulation)
- *Par point limite d'un ensemble de points P , j'entends un point de la droite tel que dans tout voisinage il y ait un nombre infini de points du système P ; il peut d'ailleurs se faire que le point limite appartienne à cet ensemble. Et j'appelle voisinage d'un point tout intervalle dans lequel ce point est contenu dans son intérieur*

- Cantor dit alors qu'on peut poursuivre la construction : suites de Cauchy de B pour définir l'ensemble C etc.
- *la notion de nombre, si développée qu'elle soit, porte en elle le germe d'une extension nécessaire en soi et absolument infinie*
- *Etant donné, dans un intervalle fini, un ensemble de points, il y a lieu en général, d'envisager un second ensemble de points déduit du premier d'une certaine manière, puis un troisième déduit du deuxième de la même façon, etc. ; il est nécessaire de les étudier tous si l'on veut concevoir la nature du premier.*
- Prémices de la notion de sous-ensemble, mais surtout de la notion d'ensemble dérivé (ensemble des points d'accumulation)
- *Par point limite d'un ensemble de points P , j'entends un point de la droite tel que dans tout voisinage il y ait un nombre infini de points du système P ; il peut d'ailleurs se faire que le point limite appartienne à cet ensemble. Et j'appelle voisinage d'un point tout intervalle dans lequel ce point est contenu dans son intérieur*
- Définit l'ensemble dérivé P' . Si P' est infini, on peut définir P'' .

- Cantor dit alors qu'on peut poursuivre la construction : suites de Cauchy de B pour définir l'ensemble C etc.
- *la notion de nombre, si développée qu'elle soit, porte en elle le germe d'une extension nécessaire en soi et absolument infinie*
- *Etant donné, dans un intervalle fini, un ensemble de points, il y a lieu en général, d'envisager un second ensemble de points déduit du premier d'une certaine manière, puis un troisième déduit du deuxième de la même façon, etc. ; il est nécessaire de les étudier tous si l'on veut concevoir la nature du premier.*
- Premices de la notion de sous-ensemble, mais surtout de la notion d'ensemble dérivé (ensemble des points d'accumulation)
- *Par point limite d'un ensemble de points P , j'entends un point de la droite tel que dans tout voisinage il y ait un nombre infini de points du système P ; il peut d'ailleurs se faire que le point limite appartienne à cet ensemble. Et j'appelle voisinage d'un point tout intervalle dans lequel ce point est contenu dans son intérieur*
- Définit l'ensemble dérivé P' . Si P' est infini, on peut définir P'' .
- Si $P^{(\nu)}$ se compose d'un nombre fini de points, on dit que P est un ensemble du ν -ième genre.

- Cantor dit alors qu'on peut poursuivre la construction : suites de Cauchy de B pour définir l'ensemble C etc.
- *la notion de nombre, si développée qu'elle soit, porte en elle le germe d'une extension nécessaire en soi et absolument infinie*
- *Etant donné, dans un intervalle fini, un ensemble de points, il y a lieu en général, d'envisager un second ensemble de points déduit du premier d'une certaine manière, puis un troisième déduit du deuxième de la même façon, etc. ; il est nécessaire de les étudier tous si l'on veut concevoir la nature du premier.*
- Prémices de la notion de sous-ensemble, mais surtout de la notion d'ensemble dérivé (ensemble des points d'accumulation)
- *Par point limite d'un ensemble de points P , j'entends un point de la droite tel que dans tout voisinage il y ait un nombre infini de points du système P ; il peut d'ailleurs se faire que le point limite appartienne à cet ensemble. Et j'appelle voisinage d'un point tout intervalle dans lequel ce point est contenu dans son intérieur*
- Définit l'ensemble dérivé P' . Si P' est infini, on peut définir P'' .
- Si $P^{(\nu)}$ se compose d'un nombre fini de points, on dit que P est un ensemble du ν -ième genre.
- Enoncé du théorème sur les séries trigonométriques : si $f(x) = 0$ dans $]0, 2\pi[$ sauf sur un ensemble P du ν -ième genre alors $\forall n, a_n = b_n = 0$.

- 1872 : Cantor fait connaissance de Dedekind

- 1872 : Cantor fait connaissance de Dedekind
- Importante correspondance qui va être l'occasion pour Cantor de formuler des interrogations sur la nature de l'infini.

- 1872 : Cantor fait connaissance de Dedekind
- Importante correspondance qui va être l'occasion pour Cantor de formuler des interrogations sur la nature de l'infini.
- 29 novembre 1873: Cantor écrit à Dedekind pour lui demander son avis sur l'existence d'une correspondance biunivoque entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{R}$. Il signale à Dedekind l'existence de bijections entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Q}$ (Weierstrass avait déjà traité cette question dans son séminaire).

- 1872 : Cantor fait connaissance de Dedekind
- Importante correspondance qui va être l'occasion pour Cantor de formuler des interrogations sur la nature de l'infini.
- 29 novembre 1873: Cantor écrit à Dedekind pour lui demander son avis sur l'existence d'une correspondance biunivoque entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{R}$. Il signale à Dedekind l'existence de bijections entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Q}$ (Weierstrass avait déjà traité cette question dans son séminaire).
- 1^{er} décembre 1873 : Dedekind répond immédiatement : il signale que même les nombres algébriques sont en nombre dénombrable

- 1872 : Cantor fait connaissance de Dedekind
- Importante correspondance qui va être l'occasion pour Cantor de formuler des interrogations sur la nature de l'infini.
- 29 novembre 1873: Cantor écrit à Dedekind pour lui demander son avis sur l'existence d'une correspondance biunivoque entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{R}$. Il signale à Dedekind l'existence de bijections entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Q}$ (Weierstrass avait déjà traité cette question dans son séminaire).
- 1^{er} décembre 1873 : Dedekind répond immédiatement : il signale que même les nombres algébriques sont en nombre dénombrable
- 7 décembre 1873 : Cantor répond en proposant une première démonstration de la non-bijection entre $\mathbb{N}$ et $]0, 1[$ (s'appuie sur le théorème des segments emboîtés)

- 1872 : Cantor fait connaissance de Dedekind
- Importante correspondance qui va être l'occasion pour Cantor de formuler des interrogations sur la nature de l'infini.
- 29 novembre 1873: Cantor écrit à Dedekind pour lui demander son avis sur l'existence d'une correspondance biunivoque entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{R}$. Il signale à Dedekind l'existence de bijections entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Q}$ (Weierstrass avait déjà traité cette question dans son séminaire).
- 1^{er} décembre 1873 : Dedekind répond immédiatement : il signale que même les nombres algébriques sont en nombre dénombrable
- 7 décembre 1873 : Cantor répond en proposant une première démonstration de la non-bijection entre $\mathbb{N}$ et $]0, 1[$ (s'appuie sur le théorème des segments emboîtés)
- 8 décembre 1873 : Dedekind félicite Cantor *pour ce beau succès* et propose une simplification de la démonstration

- 1872 : Cantor fait connaissance de Dedekind
- Importante correspondance qui va être l'occasion pour Cantor de formuler des interrogations sur la nature de l'infini.
- 29 novembre 1873: Cantor écrit à Dedekind pour lui demander son avis sur l'existence d'une correspondance biunivoque entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{R}$. Il signale à Dedekind l'existence de bijections entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Q}$ (Weierstrass avait déjà traité cette question dans son séminaire).
- 1^{er} décembre 1873 : Dedekind répond immédiatement : il signale que même les nombres algébriques sont en nombre dénombrable
- 7 décembre 1873 : Cantor répond en proposant une première démonstration de la non-bijection entre $\mathbb{N}$ et $]0, 1[$ (s'appuie sur le théorème des segments emboîtés)
- 8 décembre 1873 : Dedekind félicite Cantor *pour ce beau succès* et propose une simplification de la démonstration
- 22 décembre 1873 : Cantor communique son résultat à Weierstrass qui l'incite à le publier

- 1872 : Cantor fait connaissance de Dedekind
- Importante correspondance qui va être l'occasion pour Cantor de formuler des interrogations sur la nature de l'infini.
- 29 novembre 1873: Cantor écrit à Dedekind pour lui demander son avis sur l'existence d'une correspondance biunivoque entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{R}$. Il signale à Dedekind l'existence de bijections entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Q}$ (Weierstrass avait déjà traité cette question dans son séminaire).
- 1^{er} décembre 1873 : Dedekind répond immédiatement : il signale que même les nombres algébriques sont en nombre dénombrable
- 7 décembre 1873 : Cantor répond en proposant une première démonstration de la non-bijection entre $\mathbb{N}$ et $]0, 1[$ (s'appuie sur le théorème des segments emboîtés)
- 8 décembre 1873 : Dedekind félicite Cantor *pour ce beau succès* et propose une simplification de la démonstration
- 22 décembre 1873 : Cantor communique son résultat à Weierstrass qui l'incite à le publier
- 27 décembre 1873 : Cantor informe Dedekind que son travail est reçu avec réserve à Berlin. Weierstrass lui a conseillé de supprimer de son article *la remarque sur la différence de nature entre les ensembles*. Article publié dans le journal de Crelle.

- janvier 1874 : Cantor écrit à Dedekind.

A propos des questions qui m'ont occupé ces derniers temps, je m'aperçois que, dans cet ordre d'idée, se présente la question suivante : est-ce qu'une surface (par exemple un carré, frontière comprise) peut-être mise en relation univoque avec une courbe (par exemple un segment de droite, extrémités comprises), de telle sorte qu'à tout point de la surface corresponde un point de la courbe, et réciproquement à tout point de la courbe un point de la surface ?

- janvier 1874 : Cantor écrit à Dedekind.
A propos des questions qui m'ont occupé ces derniers temps, je m'aperçois que, dans cet ordre d'idée, se présente la question suivante : est-ce qu'une surface (par exemple un carré, frontière comprise) peut-être mise en relation univoque avec une courbe (par exemple un segment de droite, extrémités comprises), de telle sorte qu'à tout point de la surface corresponde un point de la courbe, et réciproquement à tout point de la courbe un point de la surface ?
- Reste sans réponse. Cantor repose la question en mai 1874 et ajoute qu'un ami berlinois lui a déclaré *la chose absurde car il va de soi que deux variables indépendantes ne peuvent être ramenées à une seule.*

- janvier 1874 : Cantor écrit à Dedekind.
A propos des questions qui m'ont occupé ces derniers temps, je m'aperçois que, dans cet ordre d'idée, se présente la question suivante : est-ce qu'une surface (par exemple un carré, frontière comprise) peut-être mise en relation univoque avec une courbe (par exemple un segment de droite, extrémités comprises), de telle sorte qu'à tout point de la surface corresponde un point de la courbe, et réciproquement à tout point de la courbe un point de la surface ?
- Reste sans réponse. Cantor repose la question en mai 1874 et ajoute qu'un ami berlinois lui a déclaré *la chose absurde car il va de soi que deux variables indépendantes ne peuvent être ramenées à une seule.*
- juin 1877 : Cantor envoie à Dedekind une démonstration (que Dedekind considère incomplète) sur l'existence d'une bijection entre $[0, 1]$ et $[0, 1] \times [0, 1]$.

- janvier 1874 : Cantor écrit à Dedekind.
A propos des questions qui m'ont occupé ces derniers temps, je m'aperçois que, dans cet ordre d'idée, se présente la question suivante : est-ce qu'une surface (par exemple un carré, frontière comprise) peut-être mise en relation univoque avec une courbe (par exemple un segment de droite, extrémités comprises), de telle sorte qu'à tout point de la surface corresponde un point de la courbe, et réciproquement à tout point de la courbe un point de la surface ?
- Reste sans réponse. Cantor repose la question en mai 1874 et ajoute qu'un ami berlinois lui a déclaré *la chose absurde car il va de soi que deux variables indépendantes ne peuvent être ramenées à une seule.*
- juin 1877 : Cantor envoie à Dedekind une démonstration (que Dedekind considère incomplète) sur l'existence d'une bijection entre $[0, 1]$ et $[0, 1] \times [0, 1]$.
- Preuve complétée quelques jours plus tard, étayée de commentaires qui montrent le bouleversement de Cantor.

- janvier 1874 : Cantor écrit à Dedekind.
A propos des questions qui m'ont occupé ces derniers temps, je m'aperçois que, dans cet ordre d'idée, se présente la question suivante : est-ce qu'une surface (par exemple un carré, frontière comprise) peut-être mise en relation univoque avec une courbe (par exemple un segment de droite, extrémités comprises), de telle sorte qu'à tout point de la surface corresponde un point de la courbe, et réciproquement à tout point de la courbe un point de la surface ?
- Reste sans réponse. Cantor repose la question en mai 1874 et ajoute qu'un ami berlinois lui a déclaré *la chose absurde car il va de soi que deux variables indépendantes ne peuvent être ramenées à une seule.*
- juin 1877 : Cantor envoie à Dedekind une démonstration (que Dedekind considère incomplète) sur l'existence d'une bijection entre $[0, 1]$ et $[0, 1] \times [0, 1]$.
- Preuve complétée quelques jours plus tard, étayée de commentaires qui montrent le bouleversement de Cantor.
- *Rechercher la différence qui existe entre deux variétés à un nombre différent de dimensions dans quelque raison absolument autre que celle, généralement tenue pour caractéristique, du nombre de coordonnées indépendantes..* Brouillard autour du lien entre les concepts de dimension et de cardinalité.

- 29 juin 1877 : *si inattendu, si nouveau* que Cantor dit qu'il ne pourrait pas arriver à une certaine tranquillité d'esprit avant d'avoir l'opinion de Dedekind sur son exactitude. *Tant que vous ne m'aurez pas approuvé, je ne puis que dire : je le vois mais je ne le crois pas.*

- 29 juin 1877 : *si inattendu, si nouveau* que Cantor dit qu'il ne pourrait pas arriver à une certaine tranquillité d'esprit avant d'avoir l'opinion de Dedekind sur son exactitude. *Tant que vous ne m'aurez pas approuvé, je ne puis que dire : je le vois mais je ne le crois pas.*
- 2 juillet 1877 : Dedekind se déclare convaincu de l'exactitude. Il dit néanmoins continuer à penser que *le nombre de dimensions d'une multiplicité continue est le premier et le plus important des invariants.*

- 29 juin 1877 : *si inattendu, si nouveau* que Cantor dit qu'il ne pourrait pas arriver à une certaine tranquillité d'esprit avant d'avoir l'opinion de Dedekind sur son exactitude. *Tant que vous ne m'aurez pas approuvé, je ne puis que dire : je le vois mais je ne le crois pas.*
- 2 juillet 1877 : Dedekind se déclare convaincu de l'exactitude. Il dit néanmoins continuer à penser que *le nombre de dimensions d'une multiplicité continue est le premier et le plus important des invariants.*
- Dedekind attire en outre l'attention sur le fait que si la bijection entre A et B est continue, les dimensions de A et B sont les mêmes.

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)
- Il retrouve l'affirmation de Bolzano : un ensemble infini est tel que certaines de ses parties ont un cardinal égal à celui de l'ensemble entier

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)
- Il retrouve l'affirmation de Bolzano : un ensemble infini est tel que certaines de ses parties ont un cardinal égal à celui de l'ensemble entier
- Ensemble de première puissance : équipotents à $\mathbb{N}$

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)
- Il retrouve l'affirmation de Bolzano : un ensemble infini est tel que certaines de ses parties ont un cardinal égal à celui de l'ensemble entier
- Ensemble de première puissance : équipotents à $\mathbb{N}$
- Problème de la classification des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$?

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)
- Il retrouve l'affirmation de Bolzano : un ensemble infini est tel que certaines de ses parties ont un cardinal égal à celui de l'ensemble entier
- Ensemble de première puissance : équipotents à $\mathbb{N}$
- Problème de la classification des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$?
- Cantor affirme avoir démontré (mais preuve renvoyée à plus tard) que les sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ sont soit de première puissance, soit équipotents à $\mathbb{R}$ (hypothèse du continu)

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)
- Il retrouve l'affirmation de Bolzano : un ensemble infini est tel que certaines de ses parties ont un cardinal égal à celui de l'ensemble entier
- Ensemble de première puissance : équipotents à $\mathbb{N}$
- Problème de la classification des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$?
- Cantor affirme avoir démontré (mais preuve renvoyée à plus tard) que les sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ sont soit de première puissance, soit équipotents à $\mathbb{R}$ (hypothèse du continu)
- De 1879 à 1884, Cantor présente sa théorie des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ en les groupant suivant les propriétés de leurs ensembles dérivés

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)
- Il retrouve l'affirmation de Bolzano : un ensemble infini est tel que certaines de ses parties ont un cardinal égal à celui de l'ensemble entier
- Ensemble de première puissance : équipotents à $\mathbb{N}$
- Problème de la classification des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$?
- Cantor affirme avoir démontré (mais preuve renvoyée à plus tard) que les sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ sont soit de première puissance, soit équipotents à $\mathbb{R}$ (hypothèse du continu)
- De 1879 à 1884, Cantor présente sa théorie des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ en les groupant suivant les propriétés de leurs ensembles dérivés
- S'il existe ν tel que $P^{(\nu)}$ est vide : premier genre. Sinon second genre.

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)
- Il retrouve l'affirmation de Bolzano : un ensemble infini est tel que certaines de ses parties ont un cardinal égal à celui de l'ensemble entier
- Ensemble de première puissance : équipotents à $\mathbb{N}$
- Problème de la classification des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$?
- Cantor affirme avoir démontré (mais preuve renvoyée à plus tard) que les sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ sont soit de première puissance, soit équipotents à $\mathbb{R}$ (hypothèse du continu)
- De 1879 à 1884, Cantor présente sa théorie des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ en les groupant suivant les propriétés de leurs ensembles dérivés
- S'il existe ν tel que $P^{(\nu)}$ est vide : premier genre. Sinon second genre.
- - Notion de densité dans un intervalle : $P' \supset I \supset P$
 - Notion d'ensemble parfait $P = P'$

- Cantor publie son résultat dans un article où il définit la notion de puissance (cardinal)
- Il retrouve l'affirmation de Bolzano : un ensemble infini est tel que certaines de ses parties ont un cardinal égal à celui de l'ensemble entier
- Ensemble de première puissance : équipotents à $\mathbb{N}$
- Problème de la classification des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$?
- Cantor affirme avoir démontré (mais preuve renvoyée à plus tard) que les sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ sont soit de première puissance, soit équipotents à $\mathbb{R}$ (hypothèse du continu)
- De 1879 à 1884, Cantor présente sa théorie des sous-ensembles infinis de $\mathbb{R}$ en les groupant suivant les propriétés de leurs ensembles dérivés
- S'il existe ν tel que $P^{(\nu)}$ est vide : premier genre. Sinon second genre.
- - Notion de densité dans un intervalle : $P' \supset I \supset P$
- Notion d'ensemble parfait $P = P'$
- En 1883, Bendixson caractérise les ensembles fermés de la droite réelle: soit dénombrables, soit réunion d'un ensemble parfait et d'un ensemble dénombrable.

- Théorie des ordinaux.

- Théorie des ordinaux.
- $P^{(\omega)} = \bigcap_{n \geq 1} P^{(n)}$

- Théorie des ordinaux.
- $P^{(\omega)} = \bigcap_{n \geq 1} P^{(n)}$
- $P^{(\omega+1)} = (P^{(\omega)})'$

- Théorie des ordinaux.
- $P^{(\omega)} = \bigcap_{n \geq 1} P^{(n)}$
- $P^{(\omega+1)} = (P^{(\omega)})'$
- $P^{(2\omega)} = (P^{(\omega)})^{(\omega)}$

- Théorie des ordinaux.
- $P^{(\omega)} = \bigcap_{n \geq 1} P^{(n)}$
- $P^{(\omega+1)} = (P^{(\omega)})'$
- $P^{(2\omega)} = (P^{(\omega)})^{(\omega)}$
- $P^{(\omega^2)} = \bigcap_{n \geq 1} (P^{(n\omega)})$

- Théorie des ordinaux.
- $P^{(\omega)} = \bigcap_{n \geq 1} P^{(n)}$
- $P^{(\omega+1)} = (P^{(\omega)})'$
- $P^{(2\omega)} = (P^{(\omega)})^{(\omega)}$
- $P^{(\omega^2)} = \bigcap_{n \geq 1} (P^{(n\omega)})$
- Puis $P^{(\omega^\omega)}, P^{(\omega^{\omega^\omega})} \dots$

- Théorie des ordinaux.
- $P^{(\omega)} = \bigcap_{n \geq 1} P^{(n)}$
- $P^{(\omega+1)} = (P^{(\omega)})'$
- $P^{(2\omega)} = (P^{(\omega)})^{(\omega)}$
- $P^{(\omega^2)} = \bigcap_{n \geq 1} (P^{(n\omega)})$
- Puis $P^{(\omega^\omega)}, P^{(\omega^{\omega^\omega})} \dots$
- ensembles du premier genre : $P^{(\omega)} = \emptyset$

- Théorie des ordinaux.
- $P^{(\omega)} = \bigcap_{n \geq 1} P^{(n)}$
- $P^{(\omega+1)} = (P^{(\omega)})'$
- $P^{(2\omega)} = (P^{(\omega)})^{(\omega)}$
- $P^{(\omega^2)} = \bigcap_{n \geq 1} (P^{(n\omega)})$
- Puis $P^{(\omega^\omega)}, P^{(\omega^{\omega^\omega})} \dots$
- ensembles du premier genre : $P^{(\omega)} = \emptyset$
- Voir <http://www.madore.org/~david/weblog/d.2011-09-18.1939.nombres-ordinaux-intro.html>

- En 1877, Cantor a publié son dernier article du journal de Crelle (nouvelle démonstration de la bijection entre $[0, 1]$ et $[0, 1] \times [0, 1]$).

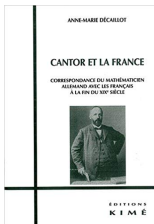
- En 1877, Cantor a publié son dernier article du journal de Crelle (nouvelle démonstration de la bijection entre $[0, 1]$ et $[0, 1] \times [0, 1]$).
- Kronecker exprime son désaccord: Cantor n'a pas fourni de construction explicite mais juste une construction logique.

- En 1877, Cantor a publié son dernier article du journal de Crelle (nouvelle démonstration de la bijection entre $[0, 1]$ et $[0, 1] \times [0, 1]$).
- Kronecker exprime son désaccord: Cantor n'a pas fourni de construction explicite mais juste une construction logique.
- S'opposera toujours à la venue de Cantor à Berlin.

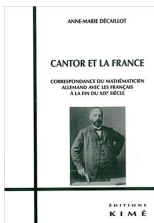
- En 1877, Cantor a publié son dernier article du journal de Crelle (nouvelle démonstration de la bijection entre $[0, 1]$ et $[0, 1] \times [0, 1]$).
- Kronecker exprime son désaccord: Cantor n'a pas fourni de construction explicite mais juste une construction logique.
- S'opposera toujours à la venue de Cantor à Berlin.
- 1881 : mort de Heine. Dedekind décline l'invitation à occuper la chaire vacante à Halle, signe de l'isolement de Cantor.

- Dialogue avec les français importants dans les années 1890.

- Dialogue avec les français importants dans les années 1890.

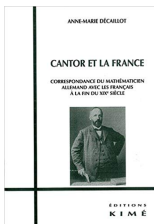


- Dialogue avec les français importants dans les années 1890.



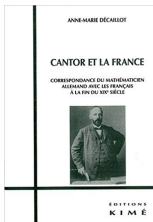
- 1884 : Premier accès de dépression bipolaire chez Cantor. Il devient très virulent contre Kronecker. Lettres à Mittag-Leffler montrent une fragilisation croissante.

- Dialogue avec les français importants dans les années 1890.

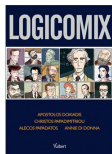


- 1884 : Premier accès de dépression bipolaire chez Cantor. Il devient très virulent contre Kronecker. Lettres à Mittag-Leffler montrent une fragilisation croissante.
- Pendant trente ans alternance entre périodes d'internement et des moments plus détendus. Se livre à des travaux, plus ou moins délirants, de philosophie, d'histoire littéraire, de théologie. . .

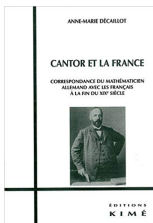
- Dialogue avec les français importants dans les années 1890.



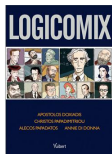
- 1884 : Premier accès de dépression bipolaire chez Cantor. Il devient très virulent contre Kronecker. Lettres à Mittag-Leffler montrent une fragilisation croissante.
- Pendant trente ans alternance entre périodes d'internement et des moments plus détendus. Se livre à des travaux, plus ou moins délirants, de philosophie, d'histoire littéraire, de théologie. . .



- Dialogue avec les français importants dans les années 1890.



- 1884 : Premier accès de dépression bipolaire chez Cantor. Il devient très virulent contre Kronecker. Lettres à Mittag-Leffler montrent une fragilisation croissante.
- Pendant trente ans alternance entre périodes d'internement et des moments plus détendus. Se livre à des travaux, plus ou moins délirants, de philosophie, d'histoire littéraire, de théologie. . .



- Meurt très isolé en 1918.