Volterra e gli scambi di studenti tra Francia e Italia

Laurent MAZLIAK [1]

22 juin 2010

Nel 1916, quando dovette fare un rapporto per l'attribuzione postuma del premio Francœur a René Gateaux, caduto al fronte nell'ottobre 1914, Jacques Hadamard ricordò il soggiorno di un anno effettuato da Gateaux nella capitale italiana durante l'anno accademico 1913-14. Rilevò che il giovane era tra coloro che andarono a Roma per formarsi ai metodi e alle teorie di Monsieur Volterra. Nello spirito di Hadamard, negli anni immediatamente prima della guerra, si era dunque avviato un nuovo genere di cooperazione scientifica tra Parigi e Roma. La mia relazione oggi vuole dare qualche pista per capire la natura degli scambi ai quali Hadamard alludeva. Vorrei provare in particolare a descriverne le origini, a spiegare perché si crearono proprio in quel momento, e a delinearne i contorni che assunsero quando un certo numero di studenti francesi e italiani fece il viaggio oltr'alpe. Inoltre, esaminaro il modo in cui evolsero e piu precisamente come la prima guerra mondiale li perturbò. Come vedremo, la tradizione menzionata da Hadamard, era infatti appena cominciata e, per questo, non aveva coinvolto che un numero di persone molto ristretto, sette o otto. Questa tradizione è tuttavia abbastanza notevole per la sua continuità : gli allievi si susseguirono con regolarità, fino alla brutale interruzione dovuta all'inizio della guerra. La ripresa fu immediata nel 1919 : Louis Sartre partì per Roma nel 1920, seguito da Robert Mazet. Nello stesso periodo, Borel aveva lasciato la sua posizione di vicedirettore della Normale e si lanciava in politica, mentre Volterra si stava interessando ad altri argomenti matematici. Soprattutto, la situazione politica italiana diveniva sempre piů tesa e Volterra si ritrovò ben presto preso nel

1. Laboratoire de Probabilités et Modèles aléatoires, Université Paris VI, France. laurent.mazliak@upmc.fr

vortice. Ho dunque deciso di limitarmi a parlare delle cose avvenute prima della prima guerra mondiale, quando s'inaugurò il movimento citato da Hadamard nel suo rapporto.

L'inizio degli scambi può datarsi 1911, anno in cui un primo studente francese andò a soggiornare a Roma. Una specie di filiazione sembra allora installarsi. Ogni anno Volterra riceveva un allievo francese e gli faceva fare i primi passi nella ricerca matematica. Allo stesso tempo, si vedono alcune timide prove per fare venire italiani a Parigi. Quest'asimmetria è sorprendente e meriterebbe uno studio più preciso, che non ho fatto. Vedo due possibili ipotesi : Volterra non aveva a Roma sotto mano un vivaio di studenti paragonabile a quello di Parigi, in particolare della Normale con Borel. Inoltre, la Francia non era forse la destinazione prediletta dagli studenti italiani che si dirigevano più volentieri verso la Germania.

Certi universitari del primo decennio del secolo passato sembravano essere coscienti del fatto che i giovani studenti francesi rimanevano troppo all'interno dei confini del paese. Un testo pubblicato nella *Revue du Mois* rileva questo difetto dell'insegnamento superiore francese che faceva sì che lo studente francese rimanesse agganciato per lunghi anni, anzi tutta la sua vita, alla sua università come il parassita al suo ospite. Verso il 1910, ha luogo un evento importante, la creazione di borse di studio da parte di diverse fondazioni presso l'università di Parigi : si tratta delle fondazioni Commercy e sopratutto David-Weill. I beneficiari dei primi anni furono esclusivamente letterati (linguisti, storici, filosofi...), avendo eventualmente dei grandi interessi scientifici come nel caso di Maurice Halbwachs, beneficiario della prima serie di assegni David Weill nel 1910 per andare a Vienna e Berlino. Ed è precisamente per andare a Roma presso Volterra che i detti assegni si estesero a qualche matematico a partire del 1912.

Nel 1913 fu pubblicata in Francia la famosa inchiesta di Agathon *I giovani di oggi* che, nonostante fosse molto marcata dalla prossimità degli'autori all'Action Française, rilevò in modo interessante quanto la gioventù studentesca ventenne nel 1913, era avida di viaggiare. Naturalmente, Agathon dava una spiegazione molto fantasiosa e molto interessata : sarebbe stato per motivo di nazionalismo, per andare a vedere quanto la Francia era superiore ai concorrenti, che i giovani erano impazienti di percorrere il mondo. Questo delirio si può dimenticare, e conservare l'idea di un'apertura al mondo di questa nuova generazione. Abbiamo la fortuna di avere accesso a diverse fonti di archivio relative agli scambi tra Francia e Italia in quegli anni. Prima di tutto, il gigantesco fondo Volterra dell'Accademia dei Lincei, che contiene migliaia di lettere, permette di seguire l'inizio di carriera di molti giovani studenti prima che diventassero famosi. Un esempio tipico è quello di René Gateaux, che avevo studiato in dettaglio, di cui il destino postumo fu strettamente legato al suo soggiorno romano.

Nell'immensa corrispondenza tra Volterra e i suoi omologhi francesi, due personalità si distinguono per il loro lavoro in favore dell'avvicinamento universitario tra Francia e Italia, Emile Borel e Jacques Hadamard. Se gli scambi con quest'ultimo sono meno voluminosi della montagna di lettere esistente tra Borel e Volterra, le lettere scambiate tra loro sono però molto rilevanti. La maniera in cui si sono sviluppate le due relazioni si rivelò decisiva per lo sviluppo dei viaggi di studenti qualche anno dopo. Farò in questa parte diversi commenti a proposito di questi due legami personali e scientifici.

La coppia Borel/Volterra è infatti nata alla fine dell'ottocento sotto il segno degli scambi : scambi matematici, scambi internazionali e, più specificamente, scambi franco-italiani. Borel e Volterra si sono, in effetti, conosciuti al Congresso di Zurigo del 1897 e la prima lettera di Borel da il tono delle sue speranze per un rinnovamento degli scambi tra matematici.

> Si les relations personnelles qui se sont nouées à Zurich devaient s'éteindre pendant trois ans ou plus, le plus grand et le plus agréable des avantages des congrès serait perdu. (Borel à Volterra, 14 novembre 1897)

Con Rossana Tazzioli c'eravamo concentrati sulla corrispondenza del periodo della prima guerra mondiale, a un momento in cui l'amicizia tra Borel e Volterra era già vecchia. Ma infatti, è abbastanza impressionante vedere che dall'inizio dei loro scambi, le lettere alludono alla situazione politica interna o esterna dei due paesi. Borel, che fa il suo apprendistato politico nei vortici dell'Affare Dreyfus, si trova già perfettamente in armonia con la corrente radicale di cui condivise il destino tutta la sua vita. Si possono leggere dei ncommenti sull'Affare, sulla morte di Cavalotti, fondatore storico del radicalismo italiano, sulla caduta del governo Crispi molto ostile alla Francia. Al di fuori di queste considerazioni generali, il giovane Borel, che non ha ancora nessuna funzione ufficiale ma che sa mostrarsi disponibile per esempio per la preparazione del congresso di Parigi, sembra già molto interessato a giocare un ruolo istituzionale. Già nelle prime lettere a Volterra (che si trova a Torino), gli suggerisce di avviare uno scambio tra il bollettino della Società Matematica di Francia e gli Atti dell'Accademia di Torino. Questo si realizzerà effettivamente dopo mesi di accanimento burocratico.

La matematica è naturalmente presente nella corrispondenza, ma soprattutto all'inizio. Questo è probabilmente dovuto al fatto che Borel, che si trova allora immerso nei suoi lavori di teoria delle funzioni, si trova più a suo agio con i primi lavori di Volterra (quelli che trattano d'integrazione in particolare) che con gli studi sopra le funzioni di linea ispirati dalla meccanica che occupavano il matematico italiano in quel momento.

Un primo studente francese, René Baire, antico condiscepolo della Normale di Borel, venne in quegli anni a visitare Volterra a Torino. Ne dirò qualche parola nella seguente parte. Si osserva nelle lettere

che Baire è raccomandato a Volterra da Borel in un modo abbastanza sorprendente che fa pensare più a un professore parlando di un allievo che a due amici della stessa età. Difatti, Borel gioca un ruolo pubblico sempre più notevole, tanto che nel 1900 fu nominato segretario del congresso di Parigi. La corrispondenza con Volterra è sempre più intrisa di questo ruolo pubblico, tanto più che quello di Volterra in Italia va ugualmente crescendo in seguito alla sua installazione all'Università di Roma e alla sua nomina a senatore.
A partire dal 1905, l'avventura della Revue du Mois assume un'importanza capitale. Si può rilevare che il primo articolo pubblicato nella rivista di Borel ha Volterra come autore : si tratta della traduzione della lezione inaugurale tenuta nel 1901 dal matematico italiano al momento della sua nomina all'Universitŕ di Roma ; un testo che permetterà a Borel di prendere coscienza dell'importanza della statistica inglese nel momento in cui incomincia a interessarsi alla matematica del caso.
Se, tra il 1906 e il 1910, la corrispondenza si dirada un poco, probabilmente per colpa della frenetica attività dei due scienziati, riprende nel 1911 in una maniera che ci interessa ancora più da vicino. Borel raccomanda infatti Joseph Pérès a Volterra, arrivando al punto di proporre il giovane come rilettore del suo libro. E così l'anno seguente, Pérès si trova naturalmente incaricato della redazione del corso sulle funzioni di linea che Volterra tiene a Parigi nel 1912, e seguendo il consiglio di Borel, si candida per una borsa David-Weill e parte per Roma. Borel segue da vicino il lavoro del suo antico studente. Scrive a Volterra :

> Je suis très heureux que vous soyez satisfait du travail de M.Pérès et je me réjouis pour lui que vous vous intéressiez à ses recherches. (Borel à Volterra, 30 décembre 1912)

Borel sembra ormai convinto dell'importanza di mandare allievi della Normale a Roma poiché fin dal 18 aprile 1913 Borel scrive a Volterra :

> Un autre jeune homme qui est aussi mon ancien élève, M.Gateaux, actuellement professeur au Lycée de Bar-le-Duc, m'a parlé récemment de ses intentions de demander une bourse d'étude en vue de recherches qui se rattachent à vos travaux. Je lui ai conseillé de demander comme Pérès une bourse David Weill et d'aller à Rome, si vous voulez bien l'accueillir. (Borel à Volterra, 18 avril 1913)

Come ho detto sopra, le relazioni tra Hadamard e Volterra appaiono più volte alla ricerca matematica e meno intime di quelle che si sono instaurate tra Volterra e Borel. A parte una breve missiva nel 1900 in cui Hadamard, che è il redattore degli atti del congresso di Parigi, manda una circolare a Volterra a proposito della sua relazione, il vero inizio della loro corrispondenza risale al 1904, qualche mese prima del congresso di Heidelberg. Dal 1903 Hadamard aveva utilizzato il formalismo delle funzioni di linea di Volterra nei suoi lavori sulle equazioni alle derivate parziali e, in particolare, nella descrizione dei problemi con frontiera mobile. A questo riguardo Volterra scrisse nel 1889 :

> M.Poincaré, en généralisant le théorème de Cauchy, a démontré que l'intégrale d'une fonction uniforme de deux variables imaginaires prise sur une surface fermée est nulle. On peut déduire de là que, si la surface d'intégration n'est pas fermée, l'intégrale dépend des lignes qui forment le contour de la surface. Donc on voit que l'intégration des fonctions de deux variables conduit aux fonctions de lignes. (V.Volterra : Sur une généralisation de la théorie des fonctions d'une variable imaginaire, Acta Mathematica, 1889)

Hadamard, come scrisse lui stesso più tardi nel suo saggio del 1945 sulla psicologia del matematico, era stato sorpreso dalla flessibilità di applicazione di una teoria che aveva prima giudicato eccessivamente astratta. Nel primo lavoro in cui usò il concetto di funzione di linea, introdusse il termine fonctionnelle per sostituire l'originale fonction de ligne che trovava troppo complicato. Nel luglio 1904, Hadamard scrisse a Volterra mostrando un po' di apprensione a proposito del congresso di Agosto.

> J'ai toujours oublié de vous demander ce que vous avez l'intention de traiter au Congrès de Heidelberg (Section des mathématiques appliquées). Puis-je vous demander de me renseigner sur ce point, afin que je n'aille point sur vos brisées ? (Hadamard à Volterra, Juillet 1904)

Volterra lo rassicura il 27 luglio (cioè quindici giorni prima dell'apertura del convegno)

> Je vous remercie beaucoup de votre aimable lettre. J'ai l'intention de dire quelques mots au congrès de Heidelberg sur la théorie des ondes. Le sujet est si vaste que je suis sžr que si vous voulez parler aussi du même sujet il n'y aura pas que des interférences entre les deux communications. Je ne manquerai pas de noter à ce propos votre note de la Société math. de France de 1903 où vous employez la méthode des ondes. Si j'aurai le temps je voudrais toucher à une relation entre les vibrations des membranes et la théorie des ondes. Peut être le programme est trop vaste. Si vous voulez bien me faire quelques remarques je vous en serai fort obligé. (Volterra à Hadamard, 27 juillet 1904)

Hadamard intervenne due volte a Heidelberg sulle equazioni alle derivate parziali : nella sua prima relazione (Sur les solutions fondamentales des équations aux dérivées partielles linéaires), Volterra

è continuamente citato. En passant, benchè Volterra fosse presente al congresso e vi avesse fatto una relazione (subito prima di Hadamard sulla teoria delle onde in una sessione della Sezione IV Matematica applicata di cui erano tutti e due responsabili), egli non inviò mail il testo per una sua pubblicazione sugli atti del convegno. In quel periodo Volterra teneva spesso corsi in diverse università europee, oltre che ad essere molto impegnato anche in Italia su diversi fronti – tra l'altro si adoperò molto affinché il congresso successivo potesse svolgersi a Roma. Sapeva che Hadamard avrebbe fatto una buona pubblicità alla teoria delle funzioni di linea, e non è quindi escluso che abbia giudicato inutile mandare la redazione del suo contributo alla conferenza. Hadamard fu i ogni modo il matematico francese i cui interessi matematici erano i piů prossimi a quelli di Volterra. Abbiamo visto con Rossana che durante la Prima guerra mondiale, Hadamard fu l'unico universitario che nei suoi scambi con Volterra trattava anche di questioni matematiche e fu inoltre invitato nel 1916 a fare corsi a Roma (dopo il rifiuto di Picard e Borel).

Gli scambi tra il 1904 e il 1914 sono cosi l'occasione di raccomandare alcuni giovani matematici a Volterra. Nel 1911, Hadamard scrisse

> Avez vous déjà parcouru la thèse de Paul Lévy ? Dans le cas contraire, je pense qu'elle vous intéressera (je vais lui demander de vous l'envoyer). Vous estimerez sans doute avec moi qu'elle apporte aux belles théories de Calcul fonctionnel que vous avez émises et dont j'ai essayé de m'occuper après vous, une contribution de premier ordre. (Hadamard à Volterra, 1911)

Prima che s'installassero dei veri e propri scambi di studenti tra Parigi e Roma negli anni dieci, certi giovani matematici francesi si trovarono a contatto con Volterra. Voglio fare en passant qualche

osservazione su quest'aspetto che meriterebbe sicuramente uno studio più completo.
Uno dei primi fu René Baire, di cui abbiamo già detto qualcosa, che raggiunse Volterra nel 1898 all'Università di Torino. Baire beneficiò di uno dei rari assegni di studio della facoltà di Scienze di Parigi. Borel, l'abbiamo detto, raccomandò calorosamente il suo amico a Volterra, che considerò con attenzione la visita di un giovane francese che s'interessava da vicino ai lavori della scuola italiana di teoria delle funzioni. Lo interessavano in particolare la ricerca di Volterra sulle discontinuità delle funzioni di più variabili. Baire del resto dedicò a Dini e Volterra la sua tesi *Sur les fonctions de variables réelles* pubblicata nel 1901 nelle Annali di Matematica Pura e Applicata. Qualche anno dopo, Maurice Fréchet, appena uscito dalla Normale, entrò in contatto con Volterra su consiglio di Borel. La prima lettera di Fréchet risale all'autunno 1903. È una lettera lunghissima in cui Fréchet espone la sua intenzione di sviluppare un calcolo differenziale per le funzioni di linea. Alla fine della lettera, Fréchet fa un commento interessante sulla fama di Volterra presso i giovani matematici francesi.

> Je vous demande mille pardons de vous avoir importuné aussi longtemps ; je ne me le serais certainement pas permis si Monsieur Borel ne m'avait pas parlé en termes aussi flatteurs de votre bienveillance pour les jeunes étudiants. Je ne parle pas, bien entendu, de la haute estime en laquelle vous tiennent les mathématiciens français. (Fréchet à Volterra, 1903)

Nel dicembre 1904, Fréchet annuncia a Volterra l'argomento della sua tesi, e le lettere in cui Fréchet dettaglia le questioni che lo interessano continuarono regolarmente anche nel 1905. Si può osservare che Fréchet non vi usa la presentazione astratta e assiomatica della

topologia degli insiemi che rende la sua tesi del 1906 di una modernità per noi impressionante.
E del resto forse questo che spiega una piccola controversa degli anni 1912-1913 tra Fréchet e Volterra. Quest'ultimo rimprovera a Fréchet di rivendicare indebitamente la definizione della derivata di un funzionale. Volterra aveva in effetti definito nei suoi studi una nozione di variazione per le funzioni di linea ; tuttavia, questa definizione aveva naturalmente una portata molto più limitata di quella di Fréchet che valeva nell'ambito astratto e generale degli spazi metrici. Questo tema della limitatezza della definizione di Volterra sarà ripreso da Lévy all'inizio della sua corrispondenza con Fréchet.
Di Lévy, giustamente, diciamo due parole. Scrisse a Volterra una prima lettera il 9 novembre 1910, in cui si appoggiava all'autorità di suo padre e di Hadamard. Chiedeva a Volterra articoli recenti sul calcolo funzionale visto che, professore all' Ecole des Mines de Saint Etienne, aveva difficoltà a procurarsi letteratura scientifica. Abbiamo visto inoltre che l'anno seguente Hadamard lodò, in una lettera a Volterra, la profondità dei lavori di Lévy sulla teoria del potenziale. In seguito, Lévy comunicò poco con Volterra, giudicando i suoi lavori superati.
Arriviamo finalmente agli scambi di studenti che si succedono a partire dal 1912. Come rilevato sopra, gli scmbi seguono di poco la creazione di numerosi assegni di studio da parte di fondazioni legate all'università di Parigi. Inoltre, Borel e Hadamard che sono, come l'abbiamo detto, i principali contatti francesi di Volterra, occupano da poco tempo nuove funzioni che danno loro occasione di avere contatti colla giovane generazione e di infondere nuove idee per lavori matematici. Nel 1909, una cattedra di teoria delle funzioni è creata alla Sorbonne per Borel, e, soprattutto, egli occupa il posto di Tannery come vicedirettore della Normale nel 1910. Da parte sua, Hadamard è stato eletto al Collège de France nel 1909 poi all'Accademia delle Scienze nel 1912. Inoltre, Volterra venne

a Parigi fare una serie di corsi alla Sorbonne nella primavera del 1912 sulle funzioni di linea e sulle equazioni integro-differenziali di cui il redattore, Joseph Pérès, è dunque il primo francese a beneficiare di una borsa David-Weill per andare a Roma (anno accademico 1912-1913). Pérès diverrà in seguito il principale contatto francese di Volterra insieme a Borel. Nel nostro libro con Rossana, abbiamo studiato la sua corrispondenza di guerra, sorprendente a causa della sua posizione di riformato che rimaneva dunque estraneo al conflitto. Pérès scrive a Volterra il 15 maggio 1912 per ribadire il suo desiderio di andare a Roma e chiede a Volterra il suo appoggio presso l'Ecole des Hautes Etudes che gestisce gli assegni. Volterra manda effettivamente una lettera di raccomandazione per Pérès poco dopo. Inoltre, scrive al giovane matematico per indicare la sua intenzione di scegliere per il periodo in cui Pérès sarà a Roma argomenti di corsi che lo interessano, segno di un'attenzione particolare di Volterra per il protetto del suo amico Borel. Il 4 giugno 1912, Pérès informa Volterra dell'accettazione della sua domanda di assegno. Durante l'estate precedente la sua partenza, Pérès redige le lezioni sulle funzioni di linea. Scrive d'altra parte a Evans, che finisce il suo soggiorno romano in quel periodo dopo aver lavorato anche con Volterra. Evans è uno studente americano arrivato a Roma in seguito al soggiorno statunitense alla Clark University nel 1909. I rapporti Evans-Volterra-Pérès sono interessanti da seguire nella misura in cui lavorarono sugli stessi temi, le funzioni permutabili.

Diciamo adesso due parole su questa nozione. In una nota ai Lincei del 1910, Volterra introdusse un concetto di composizione e di permutazione delle funzioni come un nuovo mezzo per studiare certe equazioni integro-differenziali. Per F_1 e F_2 due funzioni continue con valori reale , la composizione di primo genere di F_1 e F_2 è

definita da

$$\overset{*}{F}_1\overset{*}{F}_2\,(x,y) = \int_x^y F_1(x,\xi)F_2(\xi,y)d\xi,$$

quando quella di secondo genere è definita da

$$\overset{**}{F}_1\overset{**}{F}_2\,(x,y) = \int_0^1 F_1(x,\xi)F_2(\xi,y)d\xi,$$

Se è soddisfatta la condizione $F_1F_2 = F_2F_1$, F_1 e F_2 sono dette permutabili di primo genere (risp. di secondo genere). Nelle sue lezioni del 1912, trascritte da Pérès, Volterra estese i suoi risultati e presentò un primo studio generale delle funzioni permutabili di primo genere (Capitoli IX e XI), ripreso da Pérès . Segnaliamo en passant che Evans e Pérès si ritroveranno cos“ in concorrenza durante la prima guerra mondiale e questo condurrà Pérès, bloccato nella città provinciale di Montpellier a fare un uso sorprendente nel 1917 della procedura del Pli cacheté per tentare di garantire la sua precedenza. Pérès e Volterra dovevano ritrovarsi al congresso di Cambridge ma Volterra alla fine non venne per problemi di salute di due membri della sua famiglia. Inoltre, partì poco dopo per l'inaugurazione del Rice Institute in Texas, dove Evans del resto era stato nominato da poco in parte grazie all'appoggio di Volterra. La partenza di Pérès per Roma avenne il primo o il 2 novembre 1912. Lavorò con energia nella capitale italiana sulle funzioni permutabili, pubblicando qualche nota nei rendiconti dell'Accademia dei Lincei. Nell'aprile 1913, Volterra mandò al vicerettore dell'Accademia di Parigi Liard una lettera , in cui esprimeva la sua grande soddisfazione a proposito del soggiorno romano di Pérès, come pure il suo appoggio alla domanda di René Gateaux di cui riparleremo tra poco. Nel maggio 1913, Pérès era definitivamente ritornato in Francia. Forse fu per motivi di reciprocità che durante l'estate 1913, precisamente al momento in cui si organizzava il viaggio di Gateaux come successore di Pérès, Volterra chiese a Borel di ricevere uno

dei suoi studenti, il giovane astronomo Giuseppe Armellini. Borel rispose molto cortesemente che sarebbe stato molto felice di vedere Armellini e di aiutarlo ma consigliò di metterlo in rapporto con Pérès poiché i giovani si capiscono meglio tra di loro. Armellini soggiornò effettivamente a Parigi durante l'anno accademico 1913-1914. Sembra che abbia ricevuto un'accoglienza calorosa e scrisse regolarmente a Volterra per parlare dei suoi incontri e dei suoi lavori. A mia conoscenza, Armellini rimarrà l'unico studente di Volterra mandato a Parigi in questo contesto.
Armellini arriva a Parigi nell'autunno 1913.

> Cosi pure ottima è stata l'accoglianza fattami da Borel e Andoyer. Domani andro da Appel, Picard, Hadamard e Lebon. Qui frequento alla Sorbonne i corsi di Andoyer,Darboux e Borel (Hadamard e Brillouin non hanno ancora cominciato le loro lezioni al "Collège de France"), ed attendo ad un mio lavoro sullo smorzamento secolare del moto di librazione lunare. Spero di trarre profitto di quest'anno di studio e sento intanto vivissimo il dovere di porgerLe i più caldi ringraziamenti, e di significarLe la mia imperitura gratitudine per tutto cio che ha fatto per me, fin da quando ebbi la fortuna di divenire Suo allievo. (Novembre 1913)

Inoltre, benché il progetto iniziale del giovane fosse di dividere suo tempo tra Parigi e Berlino, sembrò finalmente considerare che la vita scientifica parigina lo soddisfaceva (nonostante la temperatura !).

> Per ora il decreto ministeriale per il mio perfezionamento stabilisce un soggiorno di quattro mesi a Parigi e quattro a Berlino ; ma io spero di riuscire a farlo modificare in modo di rimanere a Parigi fino al mese di luglio. Avrei cosi il vantaggio di seguire le lezioni di Appel e Picard

> e di restare più a lungo in mezzo a questi Proff.ri che mi hanno accolto con molta bonta. (Dicembre 1913)

Effettivamente, Armellini proseguì il suo soggiorno parigino con soddisfazione.

> Il Prof.re Hadamard, come Egli stesso mi disse l'ultima volta che andai a visitarlo, fara riassumere di volta in volta agli allievi alcune delle piu importanti memorie pubblicate negli ultimi anni. Egli desidera che questi riassunti siamo assai brevi, non superiori p.es. ai 15 o 20 minuti ogniuno, in modo da poter trattare quattro memorie per seduta. Dopo ogni riassunto gli uditori domanderanno degli schiarimenti o faranno delle difficoltà, alle quali risponderà colui che ha tenuto la conferenza. (Marzo 1914).

Armellini tornò in Italia nel giugno 1914. Lo scoppio della guerra in Francia non sembrò inquietarlo più di tanto se si considera la lettera scritta a Volterra il 21 agosto 1914.

> Mi permetto, On.le Sig. Prof.re, di augurarLe ottima villeggiatura. Ho scritto da qualche tempo al Sig.Pérès, ma non ho ancora avuto risposta ; probabilmente anche lui sarà stato richiamato. (Agosto 1914)

Mentre Armellini era a Parigi, René Gateaux era partito per Roma. Il giovane matematico è probabilmente il più singolare esempio tra gli studenti francesi che fecero il viaggio di Roma, per il suo tragico destino (morì al fronte nell'ottobre 1914) e per la stupefacente eredità matematica da lui lasciata su brutte copie, poi recuperate da Lévy cui Hadamard le aveva affidate dopo la Prima Guerra Mondiale. Ho fatto uno studio approfondito del caso Gateaux e ne parlerò poco qui, rinviando le persone interessate al mio articolo . Con l'appoggio di Borel e Volterra, Gateaux aveva ottenuto lo stesso assegno David Weill che Pérès. Aveva mandato a Volterra una lettera

programmatica nell'agosto 1913, in cui esponeva il suo desiderio di lavorare per ottenere una nozione di funzionale analitico (come fu definito da Fréchet nel 1910) che soddisfa une rappresentazione integrale del tipo formula di Cauchy. Il suo soggiorno romano durò dall'ottobre 1913 al maggio 1914. Durante quel periodo, pubblicò un certo numero di note ai Lincei e intraprese la redazione schematica di una buona parte della sua futura tesi. Al suo ritorno a Parigi, chiese e ottenne un assegno Commercy per tornare in Italia durante l'anno 1914-1915. Però la guerra scoppiò e Gateaux fu ucciso il 3 ottobre 1914 presso Arras durante la corsa al mare.
Il successore di Gateaux avrebbe dovuto essere Jacques Soula. Soula è un caso interessante poiché non è come i suoi predecessori un allievo della Normale o di una Grande Ecole. Professore al liceo di Aix en Provence dal 1909, Soula contattò spontaneamente con Volterra nell'agosto 1912 seguendo i consigli, scrisse, di un professore dell'Università di Montpellier, dove fece i suoi studi. Non sono riuscito a sapere per certo chi era questo professore. Una possibilità potrebbe essere Samuel Lattès, che fu un insegnante di Soula a Montpellier, e che aveva pubblicato nel 1906 la sua tesi sull'iterazione negli Annali di Matematica : in una lettera posteriore al 1920, Soula s'indirizzerà a Volterra per chiedergli se una rivista italiana sarebbe incline a pubblicare la sua tesi come era già stato per Lattès. Soula, comunque, scrisse per la prima volta a Volterra per sottomettere dei risultati sulle funzioni permutabili di secondo genere. Due note di Soula sono state effettivamente pubblicate ai Lincei nell'ottobre 1912 e febbraio 1913. Soula ne approfittò per candidarsi a una borsa di studio. Hadamard, come Borel, si trovava in una posizione di arbitro per i viaggi. Nel 21 maggio 1913, scrisse

> M.Soula, professeur au lycée d'Aix, dont vous avez présenté deux Notes à l'Académie des Lincei (en octobre 1912 et en février 1913, si je ne me trompe) est candidat à

> une bourse à l'Université de Paris. Puis-je vous demander de me dire votre impression sur lui même et les travaux qu'il vous a soumis ? (Hadamard à Volterra, 21 mai 1913)

Però il tentativo di Soula fallì. Come Borel scrisse a Volterra il 3 luglio 1913.

> Comme je vous l'ai écrit, Gateaux a une bourse et compte aller à Rome ; il n'a pas été possible d'en attribuer une cette année à M.Soula. Peut-être pourra-t-on le faire l'année prochaine ?

Sembra che Volterra abbia creduto alla vaga promessa fatta da Borel. Il primo gennaio 1914, Borel scriveva una lettera, probabilmente come risposta a una lettera di Volterra in cui quest'ultimo esprimeva la sua soddisfazione di Gateaux, e ricordava che anche Soula desiderava venire a Roma.

> Pour M.Soula, la difficulté que j'aperçois est que, ayant de la famille, il ne pourra peut être pas se contenter de la bourse Weill qu'ont eue Pérès et Gateaux ; il faudrait donc une bourse plus importante. Mais, bien entendu, s'il vous para"t aussi digne d'intérêt que les deux autres, je ferai tout mon possible pour lever cette difficulté.

Borel consigliò a Soula di chiedere un assegno David-Weill. Il 2 aprile 1914, Soula scrisse a Volterra

> J'ai reçu de M.Borel le conseil de demander une bourse de séjour dans les universités étrangères de la fondation de M. David Weill et de venir à l'Université de Rome. Je suis assez disposé à suivre ce conseil : je retirerai certainement grand profit de votre enseignement et de vos conseils et un séjour dans votre beau pays n'est pas pour me déplaire. (Soula à Volterra, 2 avril 1914)

Una borsa David Weill fu effettivamente attribuito a Soula, come lo stesso scrisse con soddisfazione a Volterra il 29 maggio 1914, sperando che l'amministrazione dell'insegnamento secondario non creasse dei problemi. Un ostacolo, di tutt'altra dimensione rispetto a quella della macchina amministrativa, capito ad agosto. Soula decise di arruolarsi nel settembre 1914 : scrisse a Volterra l'11 settembre per scusarsi di non potere venire come previsto a Roma all'autunno sperando di potere andarvi dopo la guerra. Abbiamo due lettere mandate dal fronte da Soula nel 1915. Una datata 12 febbraio esprime la speranza ardente dell'entrata in guerra dell'Italia, in nome di una sorprendente solidarietà latina e provenzale tra il mezzogiorno francese e il suo vicino d'oltralpe. Ed è anche in nome della stessa solidarietà che si congratula l'8 luglio della decisione italiana per l'intervento. Tuttavia, Soula non andò a Roma dopo la fine del conflitto. Non sono riuscito a trovare traccia di eventuali discussioni relative ai beneficiari degli assegni del 1914 che non avevano potuto approfittare dell'opportunità per colpa della guerra. Per Soula, è probabile che preferisse seguire i consigli di Montel e finire velocemente la tesi per ottenere una posizione universitaria, che ottenne effettivamente nel 1921 a Montpellier.

Già nel 1919 ci fu un tentativo per riavviare i viaggi di studenti francesi verso Roma presso Volterra. Nel 1919, una borsa di studio è attribuito a Louis Sartre, che era stato prigioniero di guerra fin dall'inizio del conflitto. Si rese a Roma ma si distaccò progressivamente dal suo progetto di ricerca matematica per cominciare una carriera nell'industria, come egli stesso confessò in alcune missive dolci-amare mandate a Volterra. Si può supporre che il fallimento matematico di questo soggiorno a Roma sia in parte dovuto a una situazione profondamente cambiata. L'energia iniziale della tradizione di scambi menzionata da Hadamard nel 1916 si era in qualche modo esaurita. Gli interessi scientifici di Volterra si erano del resto modificati tanto più che i metodi delle funzioni di linea avevano

perso terreno in confronto alle presentazioni assiomatiche della topologia generale degli spazi funzionali. Il momento d'ora dell'analisi funzionale degli anni dieci cominciò pian piano il suo declino ; una prova ne è l'atteggiamento di Levy che negli anni venti appare molto rattristato nel constatare lo scarso impatto dei suoi lavori pubblicati in quesgli anni. Lévy era, in effetti, il matematico francese più indicato per personificare il cambio generazionale, e le magnifiche lezioni di analisi funzionale che pubblicò nel 1922 in seguito al corso Peccot fatto al Collège de France nell'anno 1919-1920 ne facevano l'erede di Volterra e di Hadamard. Ma il libro non ebbe il futuro sperato e fu in una direzione molto diversa, il calcolo delle probabilità, di cui Lévy divenne un grande specialista, che questi lavori trovarono uno sbocco. Si deve naturalmente aggiungere per concludere che l'evoluzione rapida della situazione politica italiana cui Volterra dovette confrontarsi non gli permise più di giocare quel ruolo di promotore di scambi sculturali che aveva assunto nel periodo antecedente alla Grande Guerra. Grazie per l'attenzione.