История на математиката

История на математиката: среден път между интернализма и екстернализма

Пример с историята на веригите на Марков

Лоран Мазляк (Париж, Франция)*

Въведение

Целта на тази статия е да илюстрира с пример, извлечен от историята на вероятностното смятане, защо е желателно да се възприеме един среден път в интерналистката и екстерналистката история.

Да припомним, че историята на математиката през последните 50 години беше силно повлияна от две силно противоречащи си тенденции.

Интерналистката история бе силно поддържана от групата Бурбаки. Тя представя историята на математиката като резултат от една собствена динамика на дисциплината, с минимум въздействие от другите науки и още по-малко от обществото. Недостатъкът на този подход е, че той може да даде впечатлението, че математиците живеят на друга планета. Или, те живеят на земята, и са включени дълбоко в общественото движение на своето време.

Обратно, екстерналистката история бе силно представена (в частност в англо-саксонските страни) в движението, което *наричат Социално изучаване на науката.* При този подход, еволюциите на математиката са, а това се отнася и до всяка друга наука, в резултат на въздействията от глобалното функциониране на обществото. Проблемът впрочем е, че един такъв подход може да създаде впечатление, че математиката няма никакво участие, защото не се държи много на съдържанието, както другаде. Или, че математиката съществува по изолиран начин и е позволено да се мисли, че тя притежава известни специфичности.

Главната идея, защитавана от Екипа по история на математическите науки към Университета Париж VI, на който принадлежа, е, че е възможно да се избере един среден път, който избягва недостатъците на предходните два подхода. Аз бих желал да илюстрирам това предложение с един пример, достатъчно значим, но и пример за тази смесица.

Кратка история на веригите на Марков

През 2006 г. ние чествахме сто-годишнината на работата на Марков, в която последният изведе първи пример на последователност от случайни

---

* Histoire des mathématiques: une voie médiane entre internalisme et externalisme
L'exemple de l'histoire des chaînes de Markov
Laurent Mazliak, Université Paris VI, Paris, France

величини, удовлетворяващи свойство за независимост от бъдещето и от миналото, когато настоящето е познато, и откри някои важни редици, които го удовлетворяват. Изучаването на този модел стана впоследствие един от най-важните обекти за изследване в теорията на вероятностите през двадесетия век и понастоящем е сред най-прилаганите (във физиката, биологията, икономиката ... и също в известни изследвания на буквите, което ще приведем по-долу) . Тези огромни последствия, присъединени към вълнуващия живот на прочутата личност, каквато беше Марков, заслужават да се върнем към историята на времето на темата на тази статия.

Андрей Андреевич Марков (1856 – 1922) рано се прояви с две характеристики, които го съпровождаха през целия му живот: неговият математически талант и неговият силно закален характер, съвършен и неспособен за компромиси. Записал се през 1874 г. в Университета на Санкт-Петербург, там той следва курсовете на Чебишев (1821 – 1894), които оказват решаващо влияние. Последният бе в действителност един от рядко големите математици, заели се с вероятностите през средата на XIX век. Той се заинтересува в частност от закона за Големите числа, произнесен от Бернули, прецизиран от дьо Моавър, Лаплас и Гаус, но чието доказателство в един твърде общ кадър оставаше да се желае. Чебишев постигна това доказателство с помощта на едно прочуто неравенство, което носи неговото име и това на един френски математик, Биенеме, който също го доказа. През 1878 г. Чебишев предложи на Марков, класиран като най-добрият при завършването на университета, един пост за обучение в университета. Марков зае впоследствие мястото на Чебишев като професор по вероятности и в същото време продължи изследванията на своя учител.

Твърде силната подкрепа на Чебишев (който успя да го въведе в Академията на науките в рекордна възраст на 30 годишен), вероятно предпази Марков от куп неприятности, свързани с неговите жлъчни оценки срещу руския режим. Нарече се Андрей Неистовый, т. е. Андрей Бесния, тъй като вдигаше голям шум срещу този режим. Той протестира срещу избора на академици, предложени от царя, срещу политиката на Академията, обвинявайки я в угодничество на правителството, срещу дискриминационните мерки, визирайки евреите. През 1910 г., когато Светият синод на Руската православна църква отлъчи Толстой, заради дуалистичните теории, защитавани от последния, Марков с ръце и нокти се стремеше към същото и го постигна. През тази твърде бурна епоха в историята на Русия, интелигенцията беше разделена на две съперничащи си и непрестанно враждуващи фракции, славянофили и западняци. Първата, често националистическа и клерикална, имаше предимството да се представя в Московския университет, втората, либерална и анти-клерикална – в Санкт-Петербург. Тук трябва впрочем да споменем, че последователите на тази вражда имаха далечно драматично ехо през 30-те години на XX век, когато

Сталин реши да ликвидира стария дух на Московската математическа школа, атакувайки двама математика, които господстваха през времето на болшевишката революция, Егоров и неговия ученик Лузин. И ако последният успя да получи справедливост, като се измъкна от страшната кампания на пресата, която се стовари върху него през 1936 г. именно благодарение на огромната си известност сред международната научна общност, чиято подкрепа бе решаваща, първият бе лекуван от чума и умря в мизерия в отдалечено място през 1931 г.

Но да се върнем към Марков. Имаше един стар религиозен кадър, който се развиваше в полемика между него и един московски математик, сега вече забравен, Павел Алексеевич Некрасов (1854 – 1924). Некрасов, който се зас, както Марков, с граничните теореми в теорията на вероятностите, волно излагаше своите монархистични и религиозни позиции, и умножаваше "философските" интерпретации на тези учения. През средата на XIX век, математикът Кетле твърдеше, че съществуването на средно поведение, което се констатира в социалните прояви, се дължи на регулаторните действия на обществото. В една книга, публикувана през 1902 г. Некрасов възбуди спор. Опирайки се на факта, че независимостта на случайните величини е необходима, за да бъде прилаган Законът за големите числа, и така да се проявява усредняване на поведението, тук той, обратно, намираше потвърждение на независимостта на общото поведение на хората и, следователно, едно доказателство за съществуване на свободна воля. Една личност също противна и враждебна към религията, каквато беше Марков, не можеше да не реагира и изглежда, че се зае по този случай с честотни изследвания в пример за независими случайни величини, удовлетворяващи Закона за големите числа, за да противоречи на Некрасов.

През 1907 г. в Бюлетина на Физико-математическото дружество в Казан той публикува своята статия (на руски) "*Разпространение на закона за големите числа върху величини, зависещи една от друга*".

Некрасов не е цитиран явно, нито в приведената литература (само Чебишев е споменат), нито е дадена гледна точка на философското интерпретиране; но е ясно, че заключителната фраза на статията (*Така независимостта на количествата не правят необходимо условие за съществуването на закона за големите числа*) на него е посветена.

Статията е поредица от примери, в които въпреки зависимия характер на случайните величини, законът за големите числа остава валиден. Между тях, Марков разглежда една редица от случайни опити, за да пробва дали едно събитие A се реализира или не. Ако в $i-$ия опит A се реализира, полагаме $x_i = 1$, а ако не $x_i = 0$ и предполагаме, че вероятността, че x_{i+1} става 1 или 0 зависи единствено от факта, че x_i става 1 или 0, *каквито и да са могли да бъдат резултатите в предишните опити*. Записани изцяло

буквите в текста, отнася се вероятно за първата явна формулировка на свойството на Марков във формален план. В последствие, Марков ще се връща непрекъснато към този модел на вериги, за да го обобщава и изучава разширенията на граничните теореми, познати за редици от независими случайни величини.

Марков беше, по всеобщо мнение, педантичен изчислител (в тази епоха, разбира се, изчисляването ставаше на ръка ...). Тъй като той беше голям почитател на литературата, той разви през 1912 г. в една статия, появила се в Comptes-Rendus de l'Académie Impériale des Sciences de Saint-Petersbourg, едно твърде оригинално приложение на модела на веригите за статистическо изучаване на текстове, за което ние сега ще кажем няколко думи.

Руският математик избира като източник на "случайности" романа в стихове на Пушкин "*Евгений Онегин*". По-точно, той разглежда 20 000 –те първи букви на този текст, изключвайки знаците **ъ** и **ь** , чиято изключително голяма поява е изцяло определена от другите букви, и ги разглежда като 20 000 случайни опити, чиито резултати са съгласна или гласна. Той ги подрежда в стотици (в десет реда по десет букви), прегрупира колоните две по две (1 и 5, 2 и 6 и т. н.) и пресмята колко във всяка от тях има гласни: той подрежда тези числа в 40 таблици по пет колони и допълва един ред и една колона за сумиране. Всяка таблица представя 500 букви. В последния ред се поставя броят на гласните на стотиците последователности. В последната колона имаме броят на гласните, когато се прегрупират колоните 1 и 6, 2 и 7 и т. н. за всяка от стотиците на петте-стотици. Марков задейства един статистически последователен тест върху тоталния брой по редове, а след това и по колони, за да покаже, че приспадането на гласните, посочени в последния ред (т. е. досежно различните стотици от последователни букви) са числата, можещи да бъдат разглеждани като независими. В замяна, общите числа, доставени от последните колони, не са, от факта за силна зависимост между статуса на гласна или съгласна на една буква и на следващата. В действителност, Марков показва, че се получават достатъчно резултати в съответствие с теоретичните резултати, получени при предположение, че буквите следват закон на вериги, и това се показва, като ползваме условни вероятности, че една гласна следва една гласна или една съгласна.

Ако Марков беше без съмнение първият, който изрази свойството, носещо неговото име, той не може да се каже първият, който използва свойствата на един такъв модел. В същност, намират се следи от марковски процеси при много автори от 18-ия и 19-ия векове. Но между тях е преди всички Енри Поанкаре (1854 – 1912), най-големият френски математик през втората половина на 19-ия век, който има преобладаващо значение за следващите събития.

Нагласата на Поанкаре срещу вероятностите беше твърде двусмислена; по-точно, може разумно да се приеме, че той никога не ги приемаше като част от математиката. Неговото непосредствено вмешателство в някои известни нови физически теории (статистична механика, именно) обаче го задължи да ги вземе пред вид. Той прие обективистките концепции на Курно за случайността, която има значимо участие в управлението на света: за Поанкаре това е уникално, че с постулата за вероятностното смятане може да се претендира за научна ценност. Той прередактира през 1896 г. един курс по Вероятностно смятане, предназначено за неговите студенти по Математична физика (това е заглавието на курса), чието прочуто преиздание се появи през 1912 г. няколко месеца преди смъртта му. Междувременно, той беше публикувал през 1907 г. в новото списание, основано от Борел (La Revue du Mois) една важна статия, озаглавена много просто *Случаят* (*Le hasard*), където той излага гледището си за различни източници на случайност във физичните явления, и специално в еволюцията на динамичните системи, клонящи към равновесие. Тук Поанкаре разгледа в частност един елементарен пример с разбиването на карти, пример, който той постави в глава XVI в изданието от 1912 г. на своя курс, озаглавен *Разни въпроси*.

Играта на карти първоначално е нагласена в определен ред. Играчът минава след всяко разбиване в друг ред, и така, Поанкаре моделира този процес с последователни пасажи от една пермутация към друга, което представя като верига от събития, образуващи матрица от преходи P (той използва, разбира се, друга терминология). Той доказва, че асимптотично разбиването на картите има тенденция да бъде униформно, в смисъл, че всички наредби стават равно възможни и смесването асимптотично е добре реализирано. Техниката, използвана от Поанкаре за да докаже сходимостта на преходите P^n към униформния закон се основават сега на аргументи от линейната алгебра, аргументи, които ще бъдат по-късно ефективно освободени като математическа основа за теорията на веригите на Марков.

Не по-късно от края на 1920 година, и малко случайно, интересът на много математици (Адамар, Леви, Хостински, Фреше, фон Мизес, Колмогоров) се насочи към тези въпроси и се започна търсене на пълна теория, обхващаща едновременно моделите на двата големи предшественика.

Един от главните създатели на този нов импулс е един чех, Бохуслав Хостински (1884 – 1951), за когото може да се каже малко по хумористичен начин, че неговото географско разположение на контакт до сферата на френското влияние (предимно след Първата световна война: знае се колко близки бяха тогава Франция и новата чешка република) и на сцената на германските страни, му даде възможност, преди всички, да реализира една връзка между различни елементи, които бяха по-рано разделени. Няколко думи за биографията на този математик могат впрочем успешно да илюстри-

рат тези оригинални аспекти в историята на вероятностите от 20-те години, както се казва, по инерция ще се хлъзнем на изток, минавайки от Париж до Москва.

Бохуслав Хостински е роден на 5 декември 1884 г. в Прага. Неговото учение и професионална кариера напомнят много тези на другите чешки математици от същия период. Записал се през 1902 г. във Факултета по философия на Чешкия университет в Прага, там той следва физика и математика, които приключва през 1906 г., получавайки сертификат за правоспособност на преподаване в средното училище и защитавайки теза по математика в диференциалната геометрия. Той започва своята преподавателска работа като заместващ в гимназията на Нови Биджови през 1907 г., след това като практикуващ в тази на Руднице над Лабем. През учебната 1908 / 1919 година Министърът просвещението му осигури стипендия, която му осигурява да прекара една година в Париж и да следва в Сорбоната. Там именно той можа да следва курсовете на Пикар, Поанкаре и Дарбу е се запозна с техните трудове. Неговият парижки престой му дава, което може да се види в последствие, важен капитал за неговата научна еволюция и му позволява също да приготви своята работа за хабилитиране. През 1912 г. Хостински бе избран за асистент в Пражкия университет. Успоредно с работата си в средното образование, той започна от 1912 г. да дава (безплатно (!) временен статут на някои членове на Университетския персонал) уроци по една серия от теми по висша математика (теория на аналитичните функции, диференциална геометрия на кривите и повърхнините, диференциални уравнения, геометрични приложения на диференциалните уравнения ...). Точно пред номинацията си в Бърно той преподаваше през годините 1919 – 1920 теорията на Волтера върху интегралните уравнения и техните приложения. Може да се отбележи с учудване, че в момента, когато Хостински е избран в новия чешки университет в Бърно за професор по физика, той публикува много работи на физическа тема. До 1915 г. той е зает изключително с диференциална геометрия. През 1915 г. се появява неговата първа книга , *диференциална геометрия на кривите и повърхнините*. Хостински се интересуваше прогресивно с различни проблеми на физиката, именно по лекциите от книгата на Борел *Геометричен увод в някои физически теории*, излязла през 1914 г. Той се зае по този случай да изучава математическите дисциплини, чието значение за физиката нарастваше. Такива бяха теорията на интегралните уравнения и вероятностното смятане.

Изглеждаше добре от самото начало, че Хостнински следеше последните развития в теорията след завръщането си от Париж през 1908 г. именно под влиянието на Емил Шоенбаум (1882 – 1967), който беше станал професор по статистика в Пражкия университет и на Карел Рихлик (1885 – 1968). Личността на тези оригинални учени заслужава да бъде проучена в

отделно цяло, което надминава рамките на това експозе. Може при все това да се отбележи, че от годините 1934-35 Рихлик организира в Пражкия технически университет един курс по аксиоматика на вероятностите по Колмогоров., на който посвети една книга през 1938 г. Брю споменава появата на Шоенбаум на Конгреса в Болоня през 1928 г. и дава кратка биографична справка. Хостински пише: *Когато през 1913 г. излизат книгите на Волтера по интегрални уравнения и функционално смятане, аз писах за тях един доклад. Това, което ме интересуваше, бяха общите свойства на решението на интегралните и интегро-диферециалните уравнения; аз напълно игнорирах тогава на кои проблеми могат да се приложат теориите на Волтера. През годините 1910-20 аз бях много в контакт с господин професор Шоенбаум и в дълги разговори ние селектирахме различни проблеми от анализа, геометрията, механиката, теоретичната физика и най-вече вероятностното смятане.* Освен Шоенбаум, друга личност, която имаше влияние върху интересите на Хостински към вероятностите, бе философът Карел Воровка, в последствие професор по философия на точните науки в Пражкия университет. Воровка, твърде повлиян от работите на Поанкаре върху понятието случайност, публикува различни статии по философски въпроси, повдигнати от теорията на вероятностите. Хостински бе чел тези и е имал повод да ги дискутира с Воровка.

Според Йиржи Беранек, който бе след Втората световна вон един от последните асистенти на Хостински в Университета на Бърно, един друг източник на интереси за математика относно вероятностното смятане е да се търси във влиянието, което имаше върху него статията, написана през 1911 г. от Паул и Таня Еренфест по статистична механика, подета и изпълнена от Борел за френската версия. Беранек писа, че тази статия, чийто отзвук бе значително *акцентиран върху статистическите методи във физиката, от страна на геометричните методи, най-вече във връзка с работите на Л. Болцман за кинетичната теория на газа. Върху последната бяха водени дискусии и опровержения относно точността на математическите методи, също и относно тяхната законност. Хостински, който това сам споменава, започва от началото на 1915 г. да изучава работите на Болцман и се интересува върху усилията, които са направени, за да придадат на кинеетичната теория прецизни математически снови. Централна точка във всичко това беше изискването на нова проверка на известни фундаментални въпроси от теорията на веероятностите. На това основание, към 1917 г. Хостински започна да се занимава сериозно с въпроса за вероятностното смятане ...*

Неговата първа работа по вероятности се отнася до решението за иглата на Бюфон, включвайки в действие метода на случайните функции на Поанкаре, за са избегне задължението да прави физически нереалистичната

хипотеза обичайна (падаща игла без значение къде върху безкрайна равнина). Хостински публикува на чешки тази статия през 1917 г. и му хрумва спонтанно добра идея през 1920 г. да изпрати един превод на Пикар, за да му предложи да публикува някоя част. Добра идея, защото чехофилската вълна е в разгара си във Френския университет, и специално в Страсбург, където много личности и специално Фреше, който предстоеше да пристигне, бяха започнали да хвърлят много мостове. Във всеки случай, Пикар приема да публикува Хостински в Bulletin des Sciences mathématique през 1920 г., а самият Хостински прави достояние своята публикация на конгреса в Страсбург сред многобройна чехословашка делегация. Започва по този случай огромна научна кореспонденция с Фреше. През 20-те години Хостински ще работи, за да направи една обща теория на случайните функции и така, че след разбора на една бележка в Coptes-Rendus на Адамар от 1927 г., предлагащ опростено решение на Ергодичния резултат на Поанкаре за разбиването на карти, той предлага на свой ред една бележка, където той разпростира резултатите в случай, че пространството е непрекъснато. Оставяйки настрани работите на Башелие, напълно забравени, както се казва, от математиците, изглежда че това е за първи път появата на този кадър, който Колмогоров ще формализира малко по-късно. Башелие, когато си направи равносметка много години по-късно на това, което съдържат работите на Хостински, ще има с него кратка и бурна кореспонденция. Бележката на Хостински във всеки случай изглежда, че се е харесала на Адамар, който през *ергодичната пролет*, както се изрази Брю, ще се възхити от ергодичната теорема за разбиването на картите. Това е в този момент, когато се намесват забавни събития, които ще забележим в кореспонденцията на Леви – Фреше. Леви самият беше в действителност предложил в своя курс от 1925 г. опростено решение на разбиването на карти, но , както винаги на тази планета, той не беше търсил какво вече е известно. Именно Хостински, както разказва Фреше, беше разбрал оригиналността на този метод, и Адамар, който ще го преоткрие впоследствие. През ноември 1928 г. Леви пише на Фреше: *Аз ви признавам, че нямам впечатление да е направено ново, когато аз опростих един детайл в доказателството с друг; само когато виждам, че други се ласкаят, че са вамерили един нов прост метод, идва ми да отговоря "От дълго време аз изучавам това без да зная, че е ново". Именно от Хостински аз разбрах, че съм направил ново за разбиването на картите. Толкова,историята на науката, в основни черти, е важна, толкова аз си казвам, че се приписва изобщо много важност на приоритета на този или онзи детайл.Но понеже е така и че човекът е човек, аз се оставям да се рекламира моят приоритет1 когато разбирам, че съм направил откритие!*

Ние сме впрочем в лятото на 1928 г. и на 3 септември се открива Международният конгрес в Болоня под високия патронаж на Негово превъзходителство шефът на правителството, Бенито Мусолини, *генят, на когото Италия повери своята съдба*, според думите на президента на конгреса

Салваторе Пинчерле. Това е един митичен конгрес. Отначало, германците са в завръщане след дълга изолация в следствие на първата световна война. Пинчерле, председател на Италианското математическо дружество, действаше усилено в този смисъл, че да не провокира срядня (Пикар остана в Париж!). След това, съветските са още там и това е за последен път в голям мащаб от дълго време. Също, италианците, очевидно твърде силно представени, имат тази особеност, че сред тях вероятностите са упражнявани най-вече в рамките на актюерството (Кантели, де Финетти ...). Защото изглежда добре да имаш специфичната култура на актюерите, култура, която например бе запазила спомена от работите на Башелие.

Накратко, през 1928 г. целият свят е там (ще се забележи все пак отсъствието на Колмогоров (на възраст тогава 25 годишен ...), който ще трябва да почака още две години, за да започне да става звезда). И това е среща! Поне е ли романтично съблазнително да се види така. Френската школа и нейните съперници (към които принадлежеше Хостински) доставя на масата изследванията около ергодичните резултати за свързани във верига събития, Бернщейн и Пойа донасят работите на Марков и разширенията, които те правят в тях, актюерите носят спомена от работите на самия Башелие.

Не се знае в каква степен тази среща отговаря точно на това описание, но е сигурно, че след Болоня темата "верига на Марков", наложена от началото на 1929 г. от Романовски (след един опит на Бернщейн през 1926 г., който говори за *вериги на Марков*: както казва Брю, малкото име бе забравено) стана главна тема на вероятностни изследвания през 30-те години. Важен етап бе преминат през 1931 г., когато Колмогоров (подхващайки постановките, направени по-рано от Башелие и Хостински) успя да вложи в случая на непрекъснато време свойството на Марков. За времето си това бе проява на сила, защото това помогна в случая на дискретно време да се разглежда "миналото" на един момент n , което съдържа само краен брой моменти (моментите $0, 1, 2, \ldots, n-1$), в случая на непрекъснатото тези етапи в миналото са винаги без брой много и се знае, че манипулациите с безкрайното в математиката водят винаги до без брой трудности. Коренът бе толкова здраво засаден, че огромното дърво на марковските процеси ще може да се развива през целия век.

(Изпратена и получена на 13 октомври 2008 г.)

Литература

- B. Bru: *Souvenirs de Bologne*, J. Soc. Fran. Stat., **144**, 1 – 2; 2003
- L. Chamont, L. Mazliak & M. Yor: *Some aspects of the probability works* in **Kolmogorov's heritage in mathematics,** Springer, 2007
- C. Heyde and E. Seneta (Ed.): *A. A. Markov* in **Statisticians of the Centuries,** Springer, 2001
- M. Petruszewycz: *Les chaînes de Markov dans le domaine linguistique*, Slatkine, 1981

Автор: Лоран Мазляк,
Laurent Mazliak, Laboratoire de Probabilités et Modeles Aléatoires et Institut de Mathématiques – Histoire des Sciences, Université Paris VI, Paris, France