Musique et Mathématiques

Trois millénaires d'une histoire d'amour mouvementée

Laurent MAZLIAK

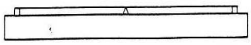
(Université Paris VI et Quatuor Hypoténuse)

Le thème de cet article, un des plus anciens de la philosophie, nous amène tout d'abord à chercher dans les buts ultimes de la science et de l'art ce qui peut expliquer pourquoi deux disciplines *a priori* éloignées se sont rapprochées. Sans doute, au delà d'une rencontre fortuite sortie du génie de l'esprit humain, peut on tenter quelques explications d'ordre psychologique. L'art et la science prétendent l'un et l'autre nous fournir une réflexion sur le monde et parmi eux la musique et les mathématiques sont les plus autonomes dans leur développement propre. Je veux souligner par là l'idée très simple (mais naive, et on verra dans la suite qu'on en a usé et abusé au cours des siècles) que le discours de la musique aussi bien que celui des mathématiques ne fait pas appel nécessairement à des références extérieures à elles-mêmes contrairement par exemple à la poésie (appel au langage) ou à la physique (appel au monde "sensible" qui nous entoure). Cela dit, je ne prétends pas ici me livrer à une réflexion approfondie sur ces questions difficiles et éternelles mais beaucoup plus simplement essayer de dresser à grands traits quelques éléments de cette histoire parallèle trimillénaire. J'indiquerai à la fin de mon exposé des références qui pourront fournir aux lecteurs intéressés matière à prolongement.

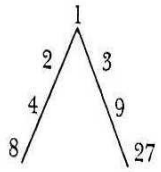
I-Un thème trimillénaire

Le départ de cette histoire se situe dans la Grèce antique. En disant cela, il est clair que je commets une injustice flagrante envers, par exemple, la civilisation chinoise, qui avait connaissance depuis presque un millénaire de ce qui va suivre, mais je me place volontairement dans l'optique la culture de l'occident européen. Pour les savants et philosophes grecs, l'observation des lois du monde doit conduire à deviner les intentions divines et les arts et les sciences se confondent dans ce but. Un art comme le théâtre par exemple est beaucoup plus une tentative de "modélisation" des lois divines éternelles à travers d'anciennes légendes qu'une étude psychologique sur l'homme et son action dans le monde. Nous ne pouvons nous empêcher d'y trouver cette dernière car notre processus mental nous interdit de faire abstraction de tout ce que les siècles ont surimprimé à l'intention initiale. Pour dire les choses un peu bêtement, après Freud, il est impossible de comprendre comment on recevait auparavant l'histoire d'Oedipe. En tous cas, nous pouvons partir de ce constat: plongés dans un univers énigmatique, les Grecs n'ont eu de cesse d'essayer d'y mettre un ordre. Très tôt dans la civilisation grecque furent repérés les intervalles musicaux et les modes: la littérature abonde en anecdotes où, par exemple, on explique que le mode phrygien (celui fondé sur la "gamme" qu'on obtient en jouant les touches blanches d'un piano du mi au mi) était source de pulsions violentes. L'étincelle, suivant la légende, a jailli chez Pythagore six siècles avant Jésus-Christ. Se promenant devant la boutique d'un forgeron, il fut frappé par le fait que les garçons de la forge, frappant sur la même enclume, en tiraient des sons très différents. Comparant la seule caractéristique qui différaient parmi les marteaux, à savoir combien ils pesaient, le philosophe fit ***la*** découverte qui lia à jamais la musique (ou plutôt le phénomène sonore) à la science des nombres: les intervalles musicaux étaient en correspondance avec la masse des marteaux. Par exemple, en frappant l'enclume avec un premier marteau, et un autre deux fois plus lourd, on obtenait une octave. Si on

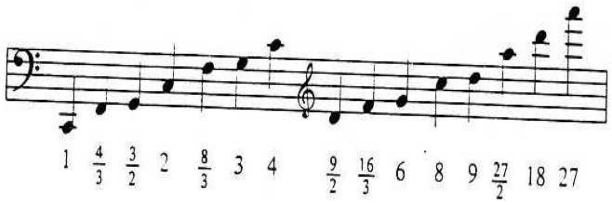
frappait avec un marteau de 8 livres, et un autre de 12 livres (rapport 3/2) on obtenait une quinte etc... Pythagore s'empresse de vérifier et de transposer cette loi sur le monocorde,



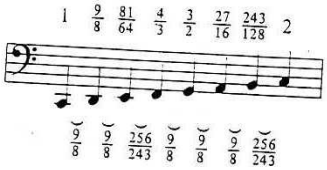
instrument composé d'une corde en boyau montée sur deux taquets et d'un taquet mobile permettant de modifier la longueur de la corde en vibration: la masse des marteaux est remplacée par la longueur de la corde et ce sont les rapports des longueurs qui correspondent aux intervalles. Cette révolution ne fut pas seulement la découverte de la loi des sons mais la création même de la science moderne en tant que recherche d'universalité. Le substantif grec *logos* (terme "mathématique" signifiant *proportion* à l'origine) a connu l'explosion de sens que l'on sait. A ce stade là, la découverte, pour extraordinaire qu'elle soit, serait restée au niveau d'une curiosité mystique. Il appartenait à Platon de transformer cet ésotérisme en discours moderne et démonstratif. Ce dernier accomplit le tour de force, partant de la loi de Pythagore et de la conviction qu'une telle découverte ne peut que provenir d'un ordre immanent des choses, d'en faire la base d'une description universelle du monde, et ce avec une telle autorité qu'elle ne sera pour ainsi dire pas remise en cause avant vingt siècles! Dans le *Timée*, l'ouvrage à la fois le plus mystique et le plus scientifique du philosophe, on trouve cette phrase à propos du Démiurge (en qui Simone Weil verra une préfiguration du Dieu-Trinitaire du christianisme):
"*Alors ayant fait une unité des trois, de nouveau il divisa le tout en autant de parties qui y rentraient, chacune des parties étant une saveur de l'Identité, de la Différence et de lExistence. Et il commena la division de cette faon. D'abord il prit une portion du tout, ensuite une portion double, la troisième comme la deuxième et trois fois la première, la quatrième double de la deuxième, la cinquème trois fois la troisième, la sixième huit fois la première et la septième vingt-sept fois la première*"
Ce charabia en est-il un? Tout s'éclaire si l'on regarde un petit schéma.



Sur un triangle initial sont placées les puissances successives de 2 et de 3. Les diverses fractions obtenues en combinant dans tous les sens ces puissances permettent d'obtenir presque toute l'étendue de la gamme

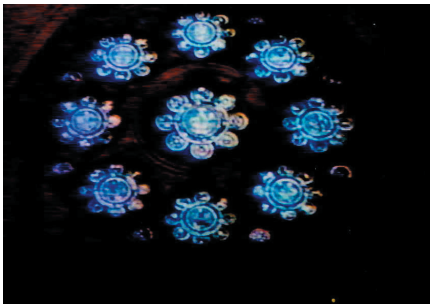


complétée au prix d'un peu de travail que Platon justifie dans la suite du texte



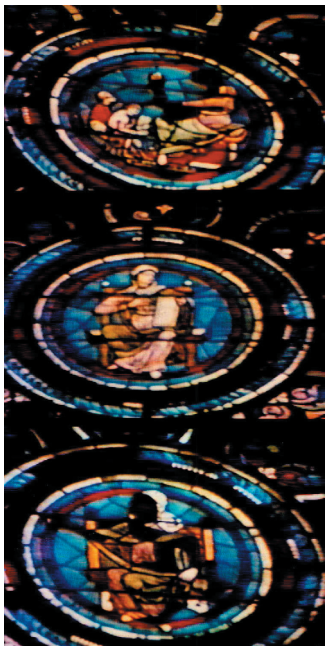
En parallèle avec cette mise en forme du système des sons et des intervalles, Platon construit un modèle du Cosmos où il met en rapport les mouvements des planètes connues à l'époque avec la gamme majeure

précédente pour mettre en relief l'harmonie cosmique. Nous lui devons l'expression de "Musique des Sphères". Il faut comprendre, encore une fois, que tout ceci, qui peut aujourd'hui nous paraître bien naif, se produit dans un monde qui semble absolument chaotique et, à défaut de lois universelles, nous sommes redevables au philosophe grec de l'idée que la *recherche* est possible. La philosophie chrétienne va s'engouffrer dans la brèche que Platon a fait apparaître dans le mur opaque qui nous sépare des lois divines. La religion révélée et incarnée est avide de tout ce qui peut venir renforcer son discours et puisque Dieu est d'abord Parole (le "*Au commencement était le Verbe...*" de Saint-Jean fait pendant au "*Au commencement, Dieu créa le Ciel et la Terre...*" de la Genèse), l'homme a pour devoir de saisir cette Parole de Dieu par l'interprétation des signes qu'Il envoie. Ce que le christianisme va tirer de la science grecque, c'est d'abord et avant tout l'idée de la théologie. Toute la philosophie du Moyen-Age chrétien occidental peut se résumer dans cette affirmation: la raison est la part de Dieu dans l'homme et il lui appartient de l'utiliser pour arracher la Création au désordre apparent des choses et ainsi percer les intentions du Créateur. L'essor de l'enseignement au XIIème siècle, sorti de la coquille des monastères pour se répandre à travers les Ecoles-Cathédrales nous le montre avec éclat.



Sur la Rose allégorique des Arts Libéraux de Laon, sont représentées les disciplines fondamentales du savoir, entourant la Théologie formant sa Cour.

Trois disciplines initiatiques (le Trivium):



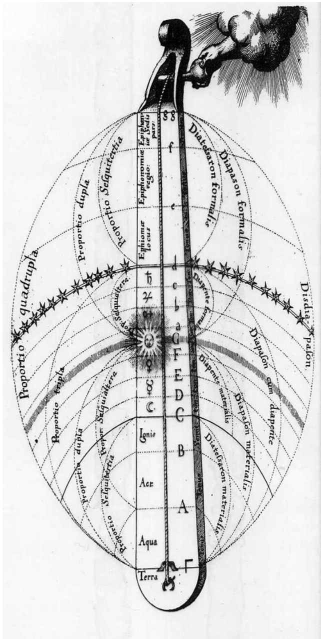
la Grammaire, la Rhétorique et la Dialectique (de haut en bas). Quatre disciplines approfondies (le Quadrivium):

l'Arithmétique, la Géométrie, l'Astronomie, la Musique (de haut en bas et de droite à gauche). On voit là tout l'héritage issu de la science grecque. Son poids écrasant va attendre la fin du dix-neuvième siècle pour être sérieusement remis en cause.

II- Ruptures et déchirements

Et pourtant, c'est dans ce succès même que va naître le long processus qui amènera à des modifications radicales et à l'implosion. Comme tout système trop rigide, le système pythagoricien va devoir faire face à l'épreuve de l'expérience sur une très longue durée. Pour repartir de la scholastique médiévale à laquelle nous sommes arrivés, une conséquence imprévue du succès des Ecoles fut de fournir les armes à cette remise en question. Saint Bernard, qui l'avait bien pressenti, n'eut de cesse de tonitruer pour que les moines restent enfermés dans les travaux des champs et les oraisons au lieu de risquer le contact avec le monde extérieur. Abélard, au grand scandale de Saint-Bernard, écrit: "*Mes étudiants avaient besoin d'explications intelligibles plutôt que d'affirmations* ". En fait, la déviation entre le système de Pythagore et Platon et la dure réalité était apparue beaucoup plus tôt, et ce dès l'époque grecque. De même que les planètes ne se résignaient pas à suivre rigoureusement la trajectoire qui leur était assignée (malgré les moyens techniques dérisoires, les Grecs avaient déjà noté des anomalies dans ces mouvements: une belle leçon d'humilité pour nous et nos ordinateurs portables au pentium!), les sons faisaient de la résistance. Il y avait par exemple le fait que la succession des quintes ne permettaient pas "exactement" de retomber sur ses pieds: si vous partez d'un fa, et progressez de quinte en quinte, vous obtiendrez successivement do,sol,ré,la,mi,si,fa#,do#,sol#,ré#,la#,mi# etc... et le "*etc...*" ne s'arrête pas. Dans un premier temps, avec ou sans mauvaise foi, Pythagore et Platon ont dû penser que "mi#" et "fa" étaient la même note... Pendant des siècles, ce fait va empoisonner (et enrichir!) la vie musicale sous l'aspect de la recherche du bon tempérament: le problème venait du fait que si on partait de la succession "classique" des douze sons, toutes les tonalités n'étaient pas à égalité et donc on était limité dans les modulations . Werckmeister proposa au XVIIème siècle un système d'accord du clavier où la différence entre "mi#" et "fa" est répartie à égalité entre les autres notes (ce qui a pour conséquence amusante que "sur un piano tout est faux"!). L'illustration la plus célèbre de cette problèmatique est donnée par l'intérêt que Bach lui a porté; sa réflexion aboutit à son oeuvre fondatrice "Le Clavier Bien Tempéré", une composition d'abord théorique destinée à démontrer les possibilités harmoniques qui résultaient d'un bon choix du tempérament. Il apparut en fait de plus en plus de problèmes et une conséquence surprenante, dont nous n'avons que peu conscience aujourd'hui, est que pour la philosophie classique (jusqu'au XVIIIème siècle), le vrai musicien est le musicien-théoricien, le compositeur et surtout l'instrumentiste n'étant que de méprisables tripatouilleurs. Un des ouvrages majeurs de la science musicale médiévale, *De Institutione Musica* de Boèce, qui date du début du cinquième siècle (donc le très haut Moyen-Age) distingue les nobles *musici* et les simples *cantores*. A l'Université d'Oxford, *De Institutione* resta un texte de base des études musicales jusqu'en...1856!!! De ce fait, il n'est pas surprenant que par la suite les deux voies portant l'une les sciences et plus particulièrement les mathématiques et l'autre la musique vivante (c'est à dire celle

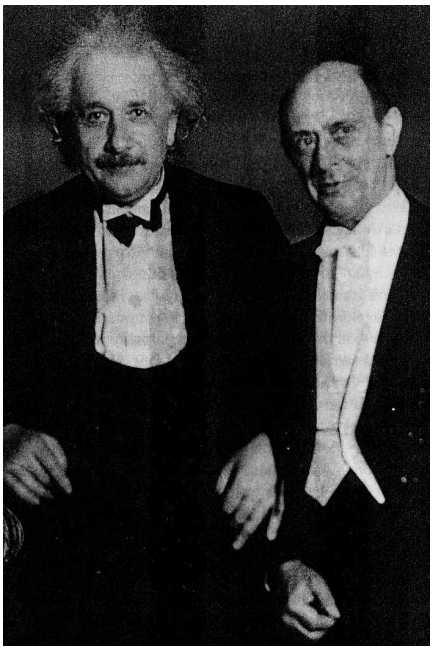
produite effectivement de manière sensible) se séparent de plus en plus. Au delà du Moyen-Age, les nombreux scientifiques qui s'intéressèrent à la musique le firent en général dans l'esprit de "musiciens théoriciens" cherchant à trouver dans les systèmes sonores et harmoniques des clefs pour l'explication du monde. Le grand astronome Johannes Kepler par exemple reprend les thèses du *Timée* de Platon dans "*De Harmonice Mundi*" et s'émerveille de la musique des Sphères qu'il arrive à composer avec ses observations des planètes: "*Dans l'harmonie céleste, [j'ai trouvé] quelle planète chante la voix de soprano, laquelle celle d'alto, celle de ténor et celle de basse* ". Robert Fludd, contemporain de Kepler et grand initié des Rose-Croix (qui méprisaient d'ailleurs les thèses "simplistes" de Kepler), propose un autre type de modèle sous la forme du "*Divine Monochord* ":



Newton, que la science des XVIIIème et XIXème siècles s'est empressée de dépouiller de ses obsessions astrologiques qui faisaient désordre (mais, n'en déplaise à ceux que cela fait sursauter, qui étaient à l'origine de ses travaux), n'avait de cesse lui aussi de trouver les liens mystérieux qui unissaient l'univers créé. Leibniz à qui nous devons cette belle formule: " *La musique est un calcul secret de l'âme qui ignore qu'elle compte*" n'avait sans doute pas en tête en l'écrivant autre chose que la musique théorique. Quant à Euler, le plus grand mathématicien du XVIIIème siècle, qui s'intéressa assidument à établir un système arithmétique des gammes, il écrit à peu près ceci au début de son ouvrage: "*Nous ne nous intéresserons ici qu'à la musique en tant que théorie, l'autre n'étant, après tout, que l'art de jouer d'un instrument* " . Il aurait été difficile d'envisager que cette multiplication des problèmes, cet écart grandissant entre la théorie et la pratique de la musique n'aboutisse pas un jour ou l'autre à une cassure brutale. C'est au Romantisme qu'est échu cet instant et ceci bien entendu d'abord comme une rupture avec "un ancien ordre de choses". Les contradictions inhérentes au système musical facilitèrent grandement ce bouleversement. Le credo romantique mettait au dessus de tout la peinture psychologique de l'âme humaine, et tout spécialement les conflits et tourments du compositeur lui même. Les romantiques s'emparèrent avec rage de tout ce qui avait été rejeté comme en désaccord avec la "bonne marche de l'univers". En ce sens là, et parce que, pour l'instant, la période de l'Histoire avant le Romantisme (deux millénaires et demi) est beaucoup plus longue que celle qui vient après (à peine deux siècles), ce dernier apparaît comme une sorte d'anomalie. Et pourtant, il faut bien se garder de penser que la rupture fut aussi complète que certains ont voulu le prétendre. La trame est toujours beaucoup plus continue que nos étiquettes de classification la décrivent et il est remarquable par exemple de constater que c'est à Mendelssohn, un romantique typique, que nous devons la découverte de Bach. Qu'en connaitrions nous aujourd'hui si Mendelssohn ne l'avait sorti d'un oubli complet, bien fin est celui qui pourrait le dire! Mais, en tous cas, les systèmes scientifiques, ou plutôt pseudo-scientifiques de la musique que le XIXème siècle nous a légués sont plutôt à ranger dans le rayon des farces et attrappes. Seul le fait que l'on ait continué à chercher à exhiber un lien fort entre musique et mathématique nous apprend quelque chose: c'est que les idées sont tenaces.

III-Vers la musique d'aujourd'hui

Elles le sont même tellement que parfois elles semblent ressurgir plus fortes que jamais. Car le début du XXème siècle a connu un autre revirement qui sembla mettre entre parenthèses la période romantique. La personnalité de Schoenberg explique évidemment en partie comment la vague dodécaphonique va déferler sur le monde: autoritaire, habité par une foi indéracinable en la justesse de son impressionnant système et n'hésitant pas ainsi à ignorer tout ce qui ne s'y pliait pas, il va avec l'aide de ses deux élèves Webern et Berg règner en maître-gourou sur la première moitié du siècle. L'obsession de l'Ecole de Vienne (et tout specialement de Webern dans un cycle de conférences publié sous le titre "*Chemin vers la musique nouvelle* ") va être de démontrer qu'elle s'inscrit dans la continuité de ce grand thème qui partant de Pythagore passe par Boèce et Bach avec une rage d'autant plus présente que l'arrivée des Nazis au pouvoir en Allemagne va se traduire pas des campagnes de dénigrement systématique contre "cet art dégénéré".



S'appuyant sur le constat de la décadence de la tonalité constaté à la fin du XIXème siècle (Mahler, contemporain de la jeunesse de Schoenberg est un sublime exemple de ce monde en fin de vie), Schoenberg énonce avec une audace inouie un principe musical transcendant la tonalité. Au lieu d'être le choix de celle-ci comme cela avait été le cas pendant vingt siècles, le fondement musical va se trouver dans le choix de la *série* (d'où le nom de musique sérielle) c'est à dire dans le choix d'un ordre sans répétition des douze sons de la ronde des quintes. Toute une algèbre plus ou moins élaborée fut alors mise sur pied comme outil de composition permettant de faire subir à la série des transformations qui jouaient le rôle auparavant dévolu aux modulations. On crut alors vraiment avoir trouvé la pierre philosophale, d'autant que, comme je l'ai dit, tout fut fait pour réduire au silence les inconscients qui osaient ne pas se coucher: des compositeurs comme Martinu, Janacek, Prokofiev furent superbement ignorés et également, ce qui est encore beaucoup plus stupéfiant, Debussy et Bartok qui n'ont franchement rien à envier sur le plan révolutionnaire aux trois viennois. Mais ils n'eurent pas (ou ne voulurent pas avoir) l'intention de faire de leurs idées un dogme. Et pourtant on peut voir un échec de l'Ecole de Vienne dans le fait qu'elle n'a pour ainsi dire pas eu de suite: le dodécaphonisme reste une tentative isolée. Sa véritable réussite est ailleurs: en anéantissant le culte d'une tonalité totalitaire, il a fait germer l'idée que chaque compositeur pouvait se forger ses propres outils pour son langage de composition. Nous vivons de ce fait une époque paradoxale. Dans un sens, les compositeurs n'ont jamais été aussi libres mais cette liberté fait aussi que la musique de notre temps part un peu dans tous les sens et nous manquons de repères. L'arrivée massive de l'informatique comme assistant de composition a permis d'utiliser des systèmes formels de composition de plus en plus complexe. Bien sûr, c'est toujours

le compositeur qui en dernier ressort va choisir avec sa sensibilité et sa volonté la tournure que prendra sa partition mais on ne peut pas toujours s'affranchir de l'idée que le résultat de certaines créations de compositeurs d'aujourd'hui tient surtout d'une construction théorique. On serait ainsi par une ironie mordante de l'histoire ramené aux *musici* de Boèce, mais où chacun d'eux utiliserait un système différent. Le XXIème siècle apportera peut être sa pierre pour retrouver un peu d'unité?...

BIBLIOGRAPHIE

Jamie JAMES: The Music of the Spheres, COPERNICUS
Georges DUBY: L'Europe au Moyen-Age, Champs-Flammarion
Jean LATTARD: Musique: gammes et tempérament, Diderot
Anton WEBERN: Chemin vers la nouvelle musique, J-C.Lattès
Laurent FICHET: Les théories scientifiques de la musique aux XIXe et XXe siècles., Vrin
Quadrivium: Musiques et Sciences, Publication de l'IPMC (Cité de la Villette)