
Master de Mathématiques – Sorbonne Université (M1)

UE 4M039 : Histoire des mathématiques

(Alexandre Guilbaud et Laurent Mazliak)

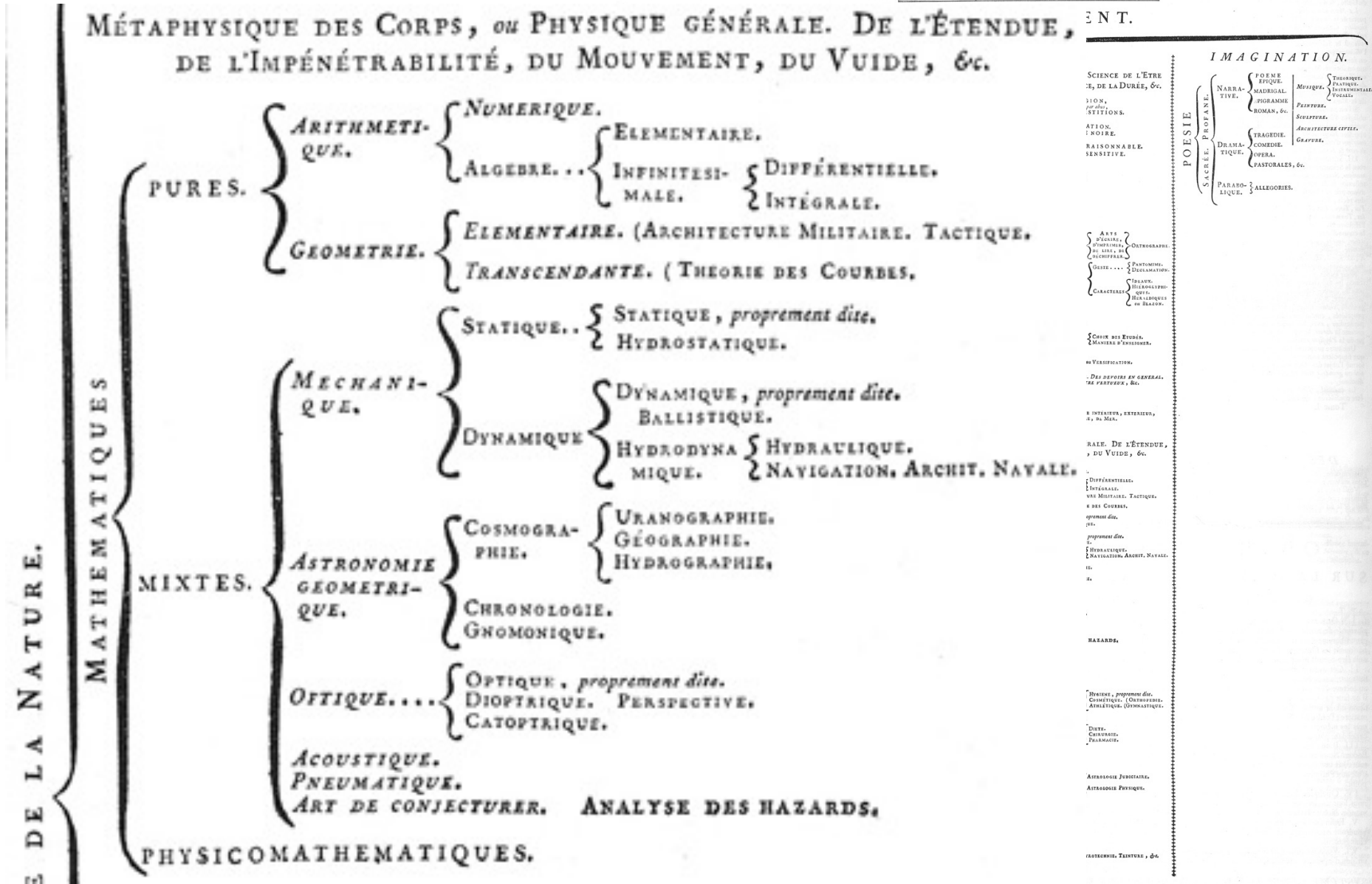
Semaine 2

Panorama des mathématiques antiques

- Un objet d'étude : les mathématiques (et les mathématiciens)
- Des méthodes : celles de l'historien
 - Recherche et étude des sources primaires
 - Mise en contexte de ces sources : contexte scientifique, mathématique, linguistique, philosophique, social, économique, militaire, etc.
 - Construction d'un corpus pour répondre à une question

Qu'est-ce que les mathématiques ?

* SYSTÈME FIGURÉ DES CONNOISSANCES HUMAINES.



Qu'est-ce que les mathématiques ?



KANINIKULA, MATHÉMATIQUES
AUX ÎLES TROBRIAND
un film de Eric Vandendriessche

- **Civilisation mésopotamienne**

(~ 4000 av. JC – début de notre ère)

- **Civilisation égyptienne**

(~ 3000 av. JC – III^e siècle avant notre ère)

- **Civilisation grecque**

(~ 2000 avant notre ère – 640)

- **Civilisation romaine :**

- la République romaine (509 – 27 av. JC)

- l'Empire romain d'Occident (27 av. JC – 476 de notre ère)

- l'Empire romain d'Orient, ou Empire byzantin (476 – 1453)

- **Civilisation arabe**

(VII^e siècle – XV^e siècle)

- **Occident médiéval chrétien**

(fin du V^e siècle – fin du XIV^e siècle)

Antiquité

Moyen-Age

Périodes moderne et contemporaine

- Renaissance (XV^e et XVI^e siècles)
- XVII^e siècle : émergence de la science moderne
- XVIII^e siècle : les « Lumières »
- XIX^e siècle : industrialisation
- XX^e siècle.

Période moderne

Période
contemporaine

+ la civilisation indienne (2500 avant notre ère – ...)

+ la civilisation chinoise (II^e siècle avant notre ère – ...)

+ les civilisations amérindiennes (Aztèques, Mayas, etc.)

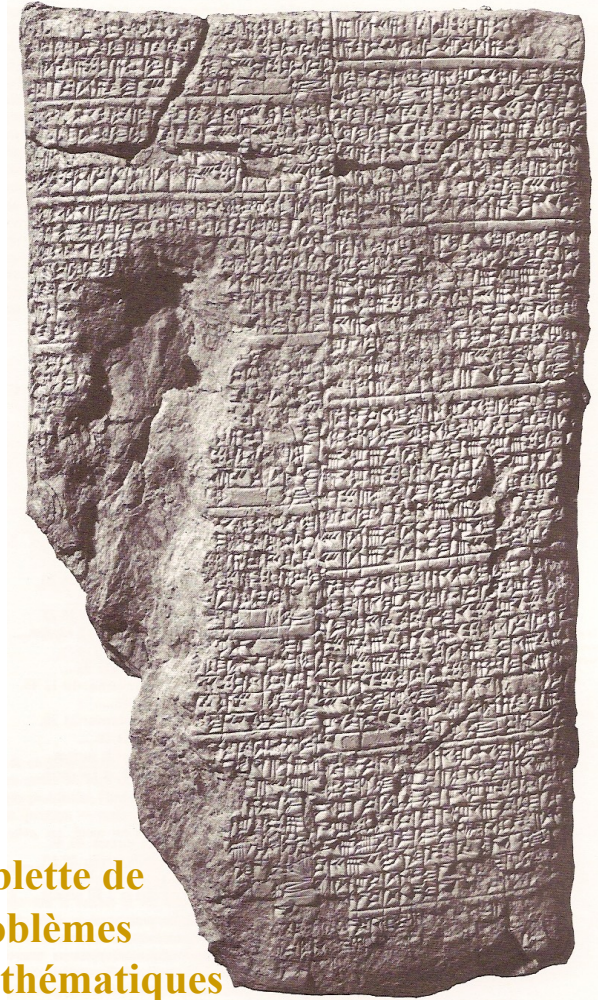
✓ etc.

Mésopotamie (-3500 jusqu'au début de notre ère)



Mésopotamie (-3500 jusqu'au début de notre ère)

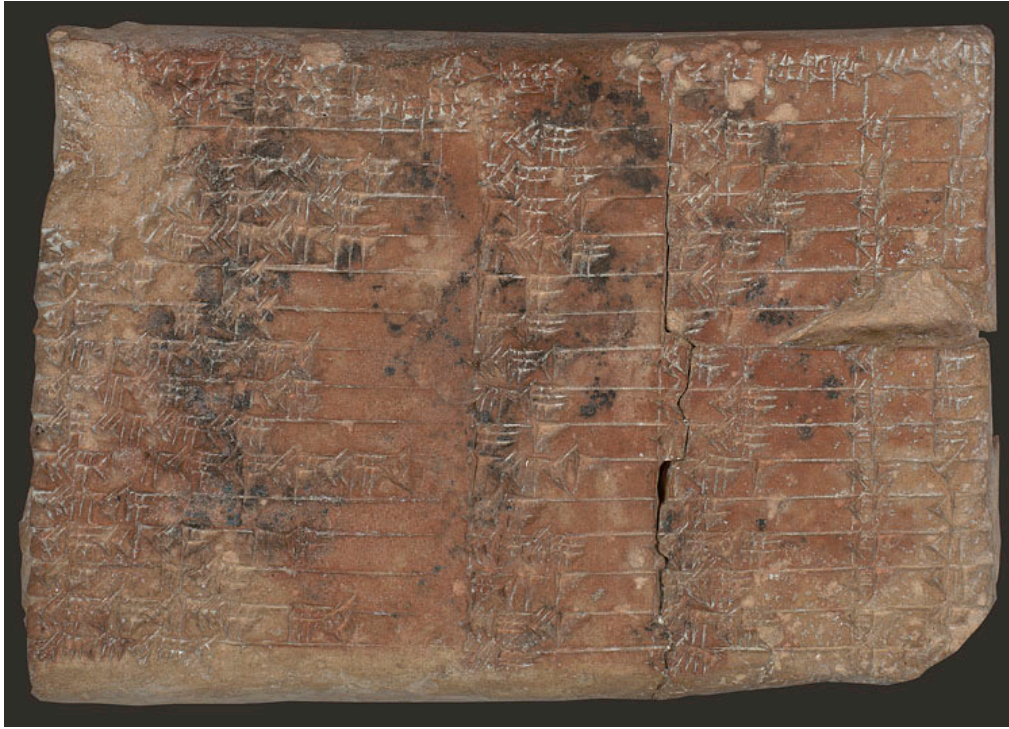
- Apparition de l'écriture vers 3500 avant notre ère.
- La Mésopotamie est une terre de rencontre vers laquelle de nombreuses ethnies affluent au cours des siècles (Hurrites, Amorrites, Hittites, Chaldéens...).
- L'activité intellectuelle et scientifique privilégie certains domaines : les mathématiques, la médecine, la divination, la jurisprudence (code de Hammurabi), l'astrologie / astronomie.
- Des centaines de milliers de tablettes d'argile (écriture cunéiforme)
- En mathématiques : contexte scolaire pour la plupart ; références presque systématiques aux activités sociales, pratiques, administratives ; exercices simples, recueils de problèmes résolus, tables
- Numération : système sexagésimal positionnel.



Tablette de problèmes mathématiques

BM 13 901, époque paléo-babylonienne, Larsa The British Museum, Londres.

Mésopotamie (-3500 jusqu'au début de notre ère)



La tablette Plimpton 322
(~1800 av. JC)



Le code
d'Hammurabi
(~1800 av. JC)

« Les mathématiques, comme la médecine, la divination et quelques autres rares domaines, jouissaient d'un statut spécial dans la société mésopotamienne. Les algorithmes mathématiques portent d'ailleurs le même nom que les procédures médicales ou divinatoires (*nepêšu*). Dans tous les cas, les vastes grilles d'exemples hiérarchisés permettaient aux apprentis scribes, à partir d'une procédure de base, d'interpoler afin de résoudre tout nouveau problème. La construction de ces tablettes, leurs usages et leurs modes de développement systématiques témoignent ainsi de pratiques rationnelles communes. »

C. Michel et J. Ritter, Article « Mathématiques », *Dictionnaire de la civilisation mésopotamienne*, dir. F. Joannès ; Collection Bouquins, Robert Laffont, Paris, 2001.

Egypte (-3300 à -300)

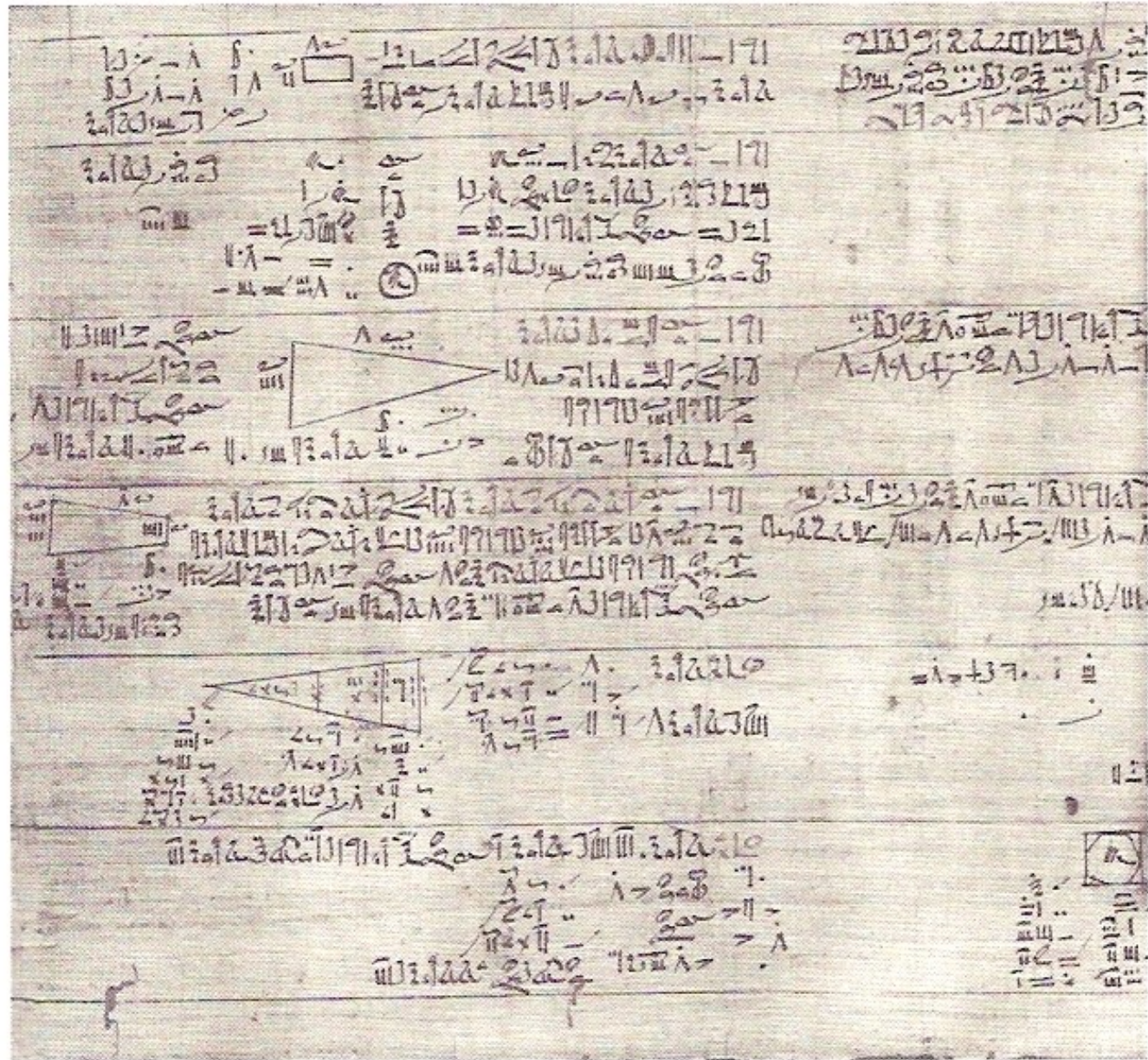
- Apparition d'une écriture à la fin du IV^e millénaire av. JC (hiéroglyphes, puis écriture cursive, dite « hiératique », puis démotique).
- De - 2650 à - 2150 : Ancien Empire (époque des pyramides).
- De - 2050 à - 1650 : Moyen Empire (nos premières sources datent de cette période pour les mathématiques).
- Très peu de documents écrits : moins de dix documents mathématiques conservés (Papyrus Rhind et Papyrus de Moscou pour les mathématiques).
- Pour les mathématiques : tables et problèmes
- Numération : système décimal non positionnel.

Mésopotamie / Egypte : des développements autonomes et des choix différents !



Egypte (-3300 à -300)

Exercices mathématiques égyptiens (page du *papyrus Rhind*) BM 10 057 et 10 058, d'après un original du Moyen Empire, Thèbes ; The British Museum, Londres.

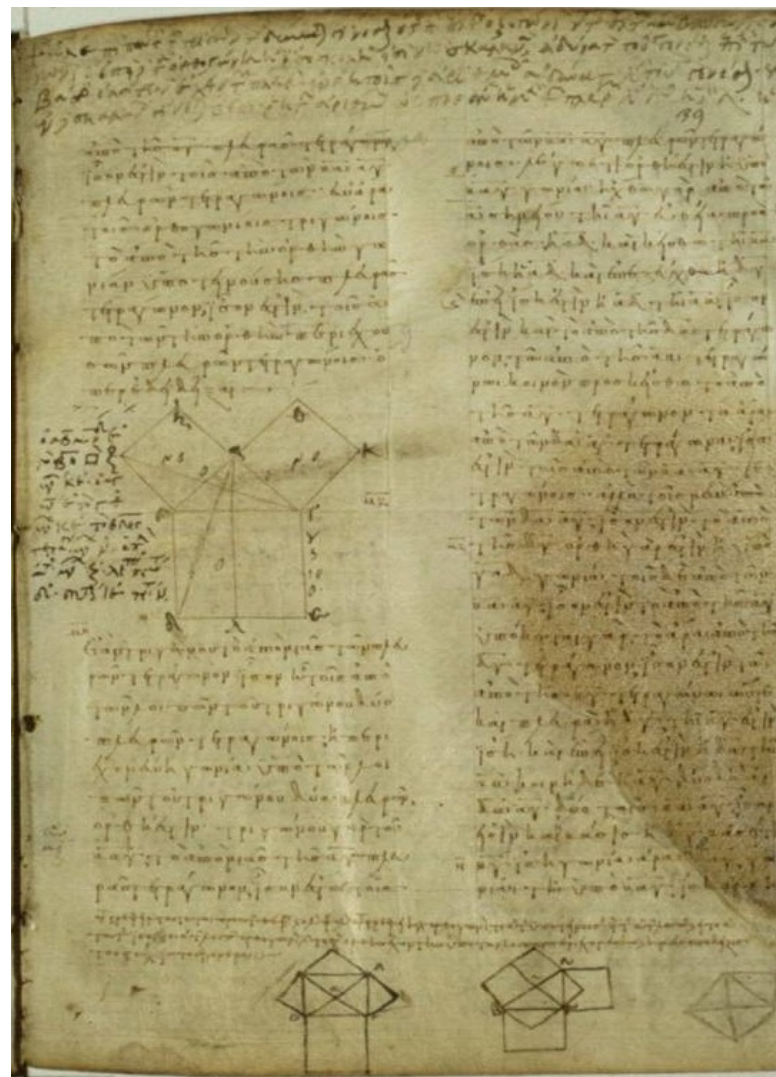


La Grèce (-600 à +600)



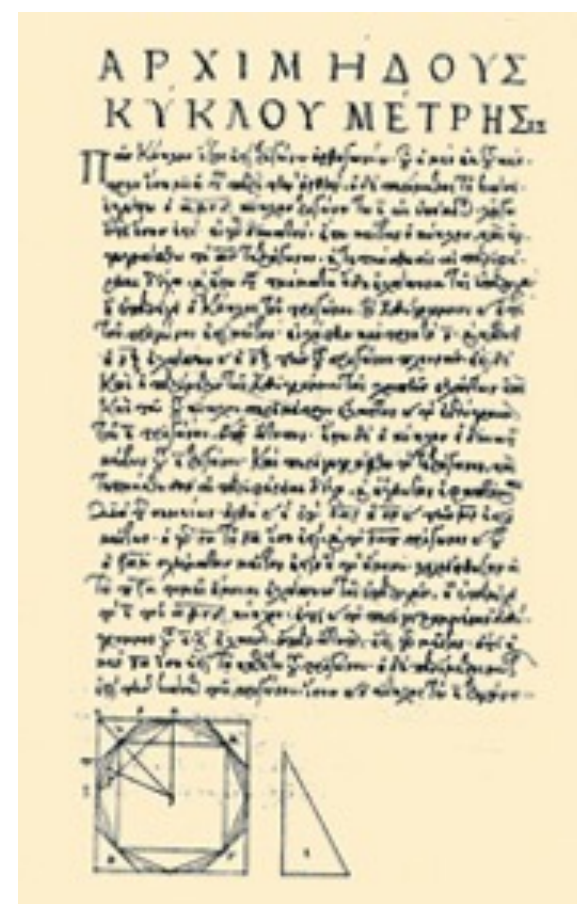
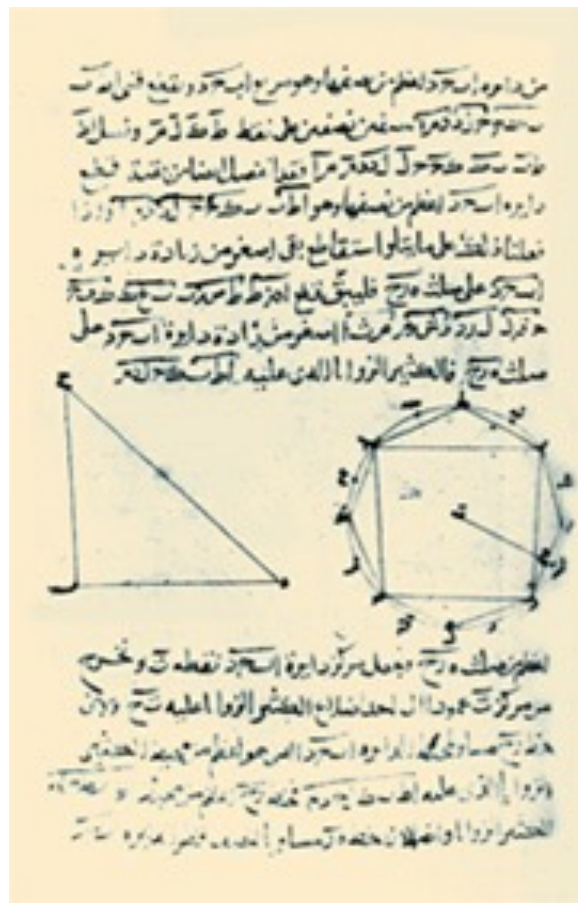
La Grèce (-600 à +600)

- La science grecque émerge au VI^e siècle av. JC.
- Elle se développe en particulier dans plusieurs écoles : l'école ionienne (Thalès), l'école pythagoricienne (Pythagore), les écoles athéniennes (l'Académie de Platon, le Lycée d'Aristote, etc.), puis l'école d'Alexandrie (Ptolémée, Diophante, etc.).
- Des sources très fragmentaires, mais des copies (de copies), des traductions (de traductions), des commentaires...
- Une activité intellectuelle intense dans de nombreux domaines : philosophie, politique, mathématique, histoire, médecine, astronomie, etc.
- En mathématiques, les *Eléments* d'Euclide (III^e siècle av. JC) vont constituer un modèle de rigueur pendant plus de deux mille ans
- Système de numération additif en base 10



Manuscrit grec des *Eléments* d'Euclide du IX^e siècle. Bibliothèque du Vatican.

La Grèce (-600 à +600)



Trois versions de la *Mesure du cercle* d'Archimède : grecque, arabe, hébreu.

La Grèce (-600 à +600)



13 livres, 465 propositions :

- ✓ Livres I à IV : géométrie plane (propriétés fondamentales des figures rectilignes et des cercles).
- ✓ Livre V : théorie des proportions
- ✓ Livre VI : application de la théorie des proportions aux grandeurs rectilignes, à la géométrie plane et aux figures semblables.
- ✓ Livres VII, VIII et IX : traité d'arithmétique (application de la théorie des proportions aux nombres).
- ✓ Livre X : classification des quantités irrationnelles.
- ✓ Livre XI à XIII : géométrie dans l'espace, comparaison des aires curvilignes aux aires de polygones (méthode d'exhaustion), construction des polyèdres réguliers.

Structure :

- définitions « descriptives » (ex. : une ligne est une longueur sans largeur)
- demandes ou postulats (ex. : 5^e postulat, ou postulat des parallèles)
- notions communes ou axiomes (ex. : le tout est plus grand que la partie)
- propositions, théorèmes et constructions (ex. : égalité des triangles, pentagone régulier inscrit dans un cercle)

Rapports et proportions (livre V)

1. Une grandeur est partie d'une grandeur, la plus petite de la plus grande, quand la plus petite mesure la plus grande.
2. Une grandeur plus grande est multiple d'une grandeur plus petite, quand la plus grande est mesurée par la plus petite.
3. Une raison, est certaine manière d'être de deux grandeurs homogènes entr'elles, suivant la quantité.
4. Une proportion est une identité de raisons.
5. Des grandeurs sont dites avoir une raison entr'elles, lorsque ces grandeurs, étant multipliées, peuvent se surpasser mutuellement.
6. Des grandeurs sont dites être en même raison, la première à la seconde, et la troisième à la quatrième, lorsque des équimultiples quelconques de la première et de la troisième, et d'autres équimultiples quelconques de la seconde et de la quatrième sont tels, que les premiers équimultiples surpassent, chacun à chacun, les seconds équimultiples, ou leur sont égaux à la fois, ou plus petits à la fois.
7. Les grandeurs qui ont la même raison sont dites proportionnelles.

Les nombres (livre VII)

1. L'unité est ce selon quoi chacune des choses existantes est dite une.
2. Un nombre est un assemblage composé d'unités.
3. Un nombre est une partie d'un nombre, le plus petit du plus grand, lorsque le plus petit mesure le plus grand.
4. Un nombre est parties d'un nombre, quand il ne le mesure pas.
5. Un nombre est multiple d'un nombre, le plus grand du plus petit, quand il est mesuré par le plus petit.
6. Le nombre pair est celui qui peut se partager en deux parties égales.
7. Le nombre impair est celui qui ne peut pas se partager en deux parties égales, ou bien celui qui diffère d'une unité du nombre pair.

[...]

12. Le nombre premier est celui qui est mesuré par l'unité seule.
13. Les nombres premiers entr'eux sont ceux qui ont l'unité seule pour commune mesure.
14. Le nombre composé est celui qui est mesuré par quelque nombre.
15. Les nombres composés entr'eux sont ceux qui ont quelque nombre pour commune mesure.

Les principales œuvres mathématiques

- De nombreux témoignages indirects, souvent contradictoires : sur Thalès et Anaximandre de l'école de Milet (VI^e siècle av. JC), sur Pythagore de l'école pythagoricienne (VI^e-V^e siècles av. JC), sur Zénon d'Elée de l'école d'Elée (VI^e-V^e siècles av. JC), etc.
- *les Éléments d'Euclide* (III^e siècle av. JC) :
 - l'un des principaux textes mathématiques de la Grèce antique, divisé en 13 livres : géométrie plane, arithmétique (théorie des proportions, etc.), géométrie spatiale.
 - une charpente logique rigoureuse : définitions, postulats, axiomes, propositions suivies de leurs démonstrations.
- *Archimède* (III^e siècle av. JC) : la *Mesure du cercle*, la *Sphère et le Cylindre*, la *Quadrature de la parabole*, plus de nombreux traités de physique (13 traités au total).
- *les Coniques d'Apollonius* (III^e siècle av. JC)
- *l'Almageste de Ptolémée* (II^e siècle ap. JC) : traité d'astronomie, mais contenu très riche en trigonométrie
- *les Arithmétiques de Diophante* (III^e ap. JC)
- *Pappus* (IV^e siècle ap. JC) : commentaires d'Euclide et de Ptolémée

Le monde « arabe » (VII^e au XVI^e siècles)

- Mort du Prophète en 632, suivie d'une intense période d'extension géographique (invasions) jusqu'à la fin des années 730 environ.
- A la partir du VIII^e siècle débute un processus d'appropriation des sciences des civilisations antérieures : mésopotamienne, grecque, perse, syriaque, indienne, etc.
- Mécénat, Maison de la Sagesse, correspondance, traductions.
- Au début du IX^e siècle, naissance d'une science arabe autonome.
- Ecrits en langue arabe (vocation intégratrice)
- Emergence d'une nouvelle rationalité mathématique : algèbre, trigonométrie, combinatoire, « calcul indien », théorie des parallèles, projections.



Al-Khwarizmi (IX^e siècle) : extrait du *Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa'l-muqābalah*

« [...] vous avez en ma personne le meilleur barbier de Bagdad, un médecin expérimenté, un chimiste très profond, un astrologue qui ne se trompe point, un grammairien achevé, un parfait rhétoricien, un logicien subtil, un mathématicien accompli dans la géométrie, dans l'arithmétique, dans l'astronomie et dans tous les raffinements de l'algèbre ; un historien qui sait l'histoire de tous les royaumes de l'Univers. Outre cela, je possède toutes les parties de la philosophie ; j'ai dans ma mémoire toutes nos lois et toutes nos traditions, je suis poète, architecte, etc. »

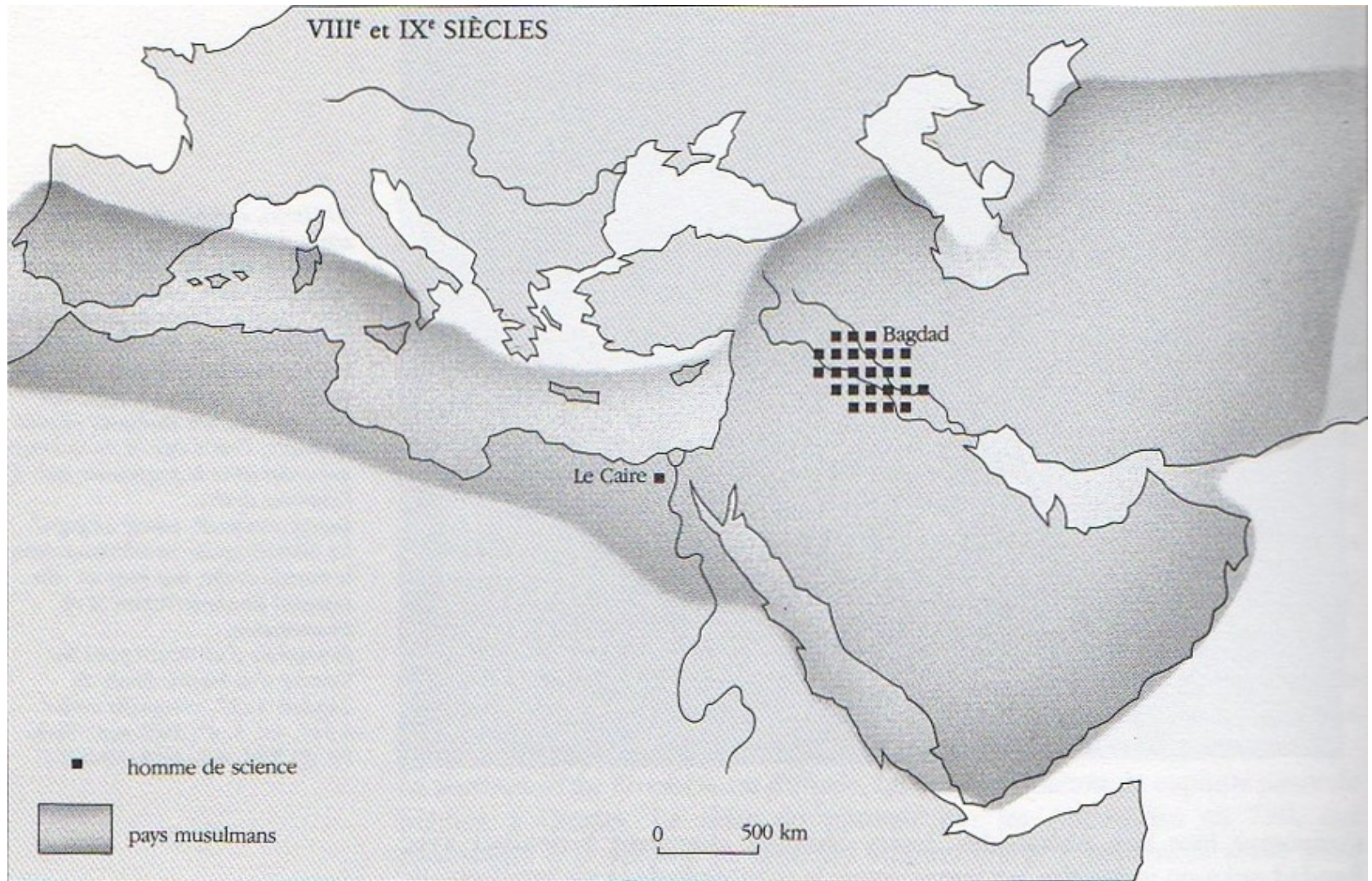
Les Mille et Une Nuits

(trad. fr. de A. Galland, 1965,
I, p. 426-427) :



Al-Khwarizmi (IX^e siècle) : extrait du *Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa'l-muqābalah*

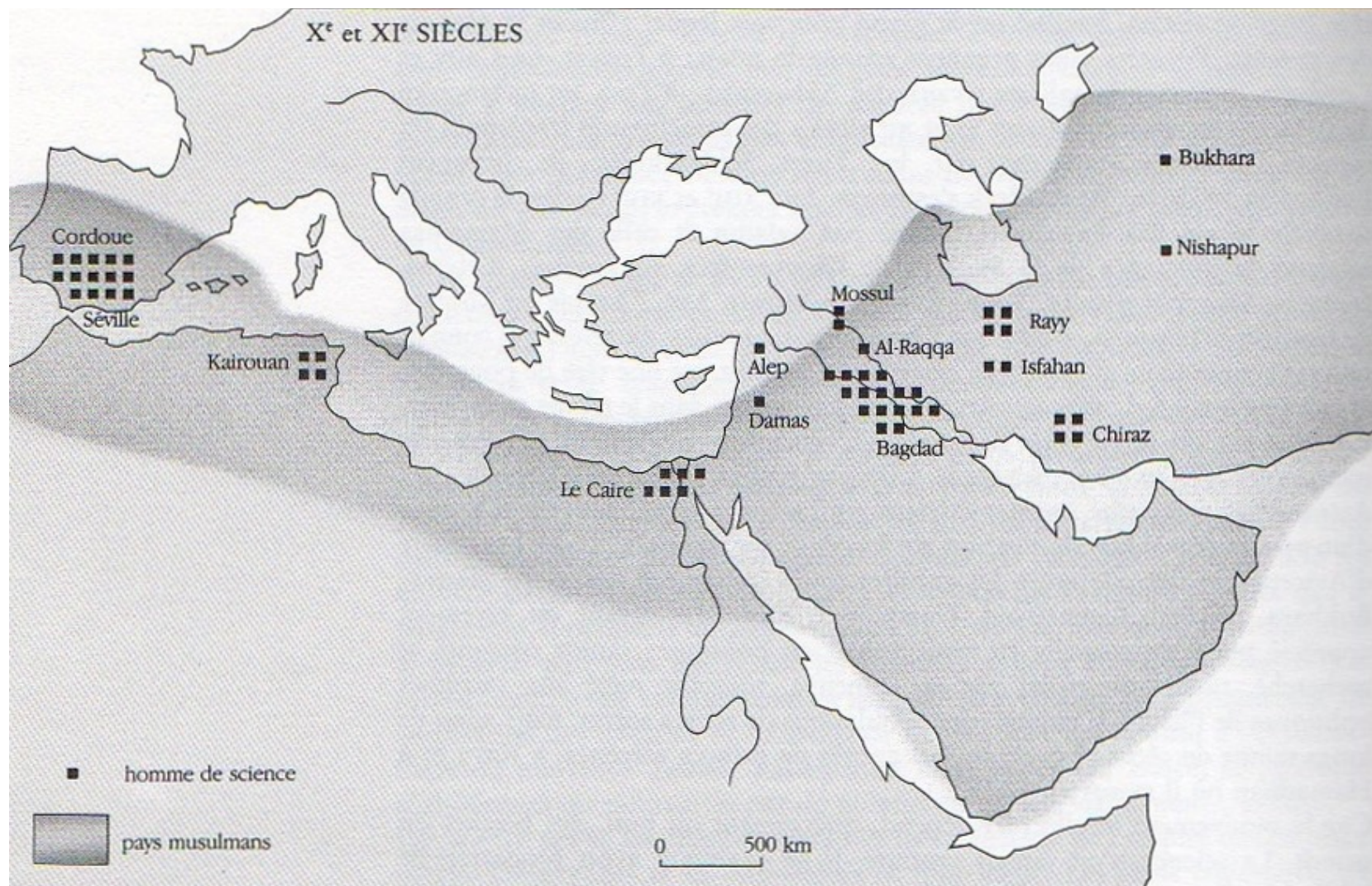
Le monde « arabe » (VII^e au XVI^e siècles)



Le monde arabe aux VIII^e et IX^e siècles

Source : *Eléments d'histoire des sciences*, M. Serres (dir.), Bordas, Paris, 1989, p. 158.

Le monde « arabe » (VII^e au XVI^e siècles)



Le monde arabe aux X^e et XI^e siècles

Source : *Eléments d'histoire des sciences*, M. Serres (dir.), Bordas, Paris, 1989, p. 158.