

**Corrigé de la feuille de TD 6**

**Exercice 1.**

**Exercice 2.**

**Exercice 3.**

**Exercice 4.** La notation “ $o$ ” désigne un négligeable au voisinage de 0. On a

$$\frac{\sin x}{x} = \frac{x - x^3/6 + x^5/120 + o(x^5)}{x} = 1 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{120}x^4 + o(x^4).$$

En conséquence

$$\begin{aligned}\frac{x}{\sin x} &= \frac{1}{1 - x^2/6 + x^4/120 + o(x^4)} \\ &= 1 + (x^2/6 - x^4/120 + o(x^4)) + (x^2/6 - x^4/120 + o(x^4))^2 + o((x^2/6 - x^4/120 + o(x^4))^2) \\ &= 1 + x^2/6 - x^4/120 + o(x^4) + x^4/36 + o(x^4) + o(x^4) \\ &= 1 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{360}x^4 + o(x^4).\end{aligned}$$

De même,

$$\begin{aligned}\frac{x^2}{\sin^2 x} &= (1 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{360}x^4 + o(x^4))^2 \\ &= 1 + 2\frac{1}{6}x^2 + \left(\left(\frac{1}{6}\right)^2 + 2\frac{7}{360}\right)x^4 + o(x^4) \\ &= 1 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{31}{360}x^4 + o(x^4).\end{aligned}$$

**Exercice 5.**

**Exercice 6.**

**Exercice 7.**

**Exercice 8.**

**Exercice 9.**

**Exercice 10.**

**Exercice 11.**

**Exercice 12.**

**Exercice 13.**