Université Paris-Est Marne-La-Vallée
License GSI
2010/2011

T.D. 3 : Trigonométrie

On rappelle les formules suivantes :

- $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$. Notament, si a et b sont égaux, $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$.
- Inversement, $\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b))$.
- $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$. Notament, si a et b sont égaux, $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$, ce qui peut se réécrire $\cos(2a) = 1 - 2\sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1$.
- Inversement, $\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b) - \cos(a-b))$ et $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$.
- $\sin(x) = \sin(\pi - x) = -\sin(\pi + x) = -\sin(-x)$.
- $\cos(x) = \cos(-x) = -\cos(\pi - x) = -\cos(\pi + x)$.
- $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.
- $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$, et $\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$.
- $\cos(x) = \frac{1-\tan^2(x/2)}{1+\tan^2(x/2)}$, $\sin(x) = \frac{2\tan(x/2)}{1+\tan^2(x/2)}$ et donc $\tan(x) = \frac{2\tan(x/2)}{1-\tan^2(x/2)}$.

Exercice 1. Exprimer les fonctions suivantes en fonction de $\sin(x)$ et $\cos(x)$:

$$\cos(2x)\sin(3x), \quad \cos(4x), \quad \sin(5x).$$

Exercice 2. Exprimer les fonctions suivantes à partir de $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\sin(y)$ et $\cos(y)$.

$$\cos(2x-y)\sin(x+y), \quad \cos(3x+y)\sin^2(x-y).$$

Exercice 3. Linéariser les expressions suivantes :

$$\cos^4(x), \quad \sin^3(x), \quad \cos(x)^3\sin^2(x).$$

Exercice 4. Donner une expression des fonctions suivantes en fonction de $\tan(x)$:

$$\frac{\sin(x)\cos(x)}{\sin^2(x)+1}, \quad \frac{\cos^2(x)}{\cos^2(x)-\sin^4(x)}, \quad \cos^4(x) - \cos(x)\sin^3(x).$$

Exercice 5. Donner une expression des fonctions suivantes en fonction de $\tan(x/2)$:

$$\frac{1}{\cos(x)+\tan(x)}, \quad \frac{1+\cos^3(x)}{\cos^2(x)}, \quad \frac{\sin(x)}{\cos(x)-\sin(x)}.$$