Université Paris-Est Marne-La-Vallée
License GSI
2010/2011

T.D. 9 : Décomposition en éléments simples, transformation de Laplace

Exercice 1. Donner dans chaque cas le quotient et le reste de la division euclidienne de A par B :

$$A(X) = X^4 - 3X + 2, \quad B(X) = X^2 + X - 1,$$

$$A(X) = X^4 + 1, \quad B(X) = X^2 - 1.$$

Exercice 2. Décomposer les fractions suivantes en éléments simples dans $\mathbb{C}$ puis dans $\mathbb{R}$:

$$\frac{X^3 + X^2 - 1}{X^2 - 1}, \quad \frac{X^3}{X^2 + 1}, \quad \frac{X^5}{X^4 - 1}, \quad \frac{X^6}{X^4 - 2X^3 + X^2}$$

$$\frac{1}{(X-a)(X-b)}, \quad \frac{X^5 + X^3 + 1}{X^4 + 2X^2 + 1}.$$

Exercice 3. Donner une primitive de chacune des fractions rationnelles suivantes

$$\frac{1}{ax^2 + b}, \quad \frac{1}{ax + b}, \quad \frac{x}{ax^2 + b},$$

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^4 - 1}, \quad \frac{x^5}{x^3 - x}, \quad \frac{x}{x^3 + x^2 - x - 1}.$$

Exercice 4. Résoudre à l'aide de la transformée de Laplace l'équation différentielle

$$y'' + 2y' + y = 1$$

avec les conditions initiales $y'(0) = 1$ et $y(0) = -1$.

Exercice 5. Résoudre

$$y'''' - y = 0$$

sous la condition $y(0) = 1$, $y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$.

Exercice 6. Résoudre le système différentiel

$$\begin{cases} y_1' = 4y_1 - y_2 - 1 - 4t \\ y_2' = 5y_1 - 2y_2 - 2 - 5t \end{cases},$$

avec les conditions initiales $y_1(0) = 1$ et $y_2(0) = 8$.