

Interrogation
Durée : 40 minutes

Question 1

Soit $f : E \rightarrow F$ une application et A un sous-ensemble de E . Comparer les ensembles $f^{-1}(f(A))$ et A .

Question 2

Donner la négation de la proposition qui suit :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall (p, q) \in \mathbb{N}^2, ((p \geq n_0 \text{ et } q \geq n_0) \Rightarrow |u_p - u_q| \leq \varepsilon).$$

Question subsidiaire : à quelle propriété mathématique cet énoncé correspond-il ?

Question 3

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par les relations

$$u_0 = 2, u_1 = 3 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 3u_{n+1} + 4u_n.$$

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a

$$u_n = (-1)^n + 4^n.$$

Question 4

Soient A et B deux sous-ensembles non-vides de \mathbb{R} tels que

$$\forall a \in A, \forall b \in B, a \leq b.$$

Montrer que $\sup A \leq \inf B$.