

Interrogation  
Durée : 45 minutes

**Question 1**

Donner la limite des suites dont le terme général est donné par

$$\frac{n \sin(n) + n \log(n)}{ne^{-\sqrt{n}} + n^2} \quad ; \quad \frac{n^3 - n^2 + e^{-n}}{n \log(n) - n^2} + \frac{\log(n)}{1 + e^{-\sqrt{n}}}.$$

**Question 2**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite convergente. Montrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bornée.

**Question 3**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite convergeant vers un réel  $\lambda$ . Montrer que la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par

$$v_n = \frac{1}{n} \sum_{k=n}^{2n} u_k$$

tend vers  $\lambda$ .

**Question 4**

Montrer que les relations

$$u_0 \in [0, 1], \quad u_{n+1} = \frac{1 - \sqrt{1 - u_n}}{2}$$

définissent une suite dont on donnera le comportement asymptotique (on pourra comparer la quantité  $\frac{1 - \sqrt{1 - x}}{2}$  avec  $\lambda x$ , pour une valeur bien choisie de  $\lambda$ ).