

Interrogation du 9 Janvier 2014

Durée : 1 heure

Question de cours

Soit I un intervalle ouvert de \mathbb{R} et f une fonction dérivable de I dans \mathbb{R} . Montrer que f est continue de I dans \mathbb{R} .

Exercice 1

Donner les développements limités suivants¹ :

1. à l'ordre 2 de la fonction $x \mapsto e^{\sin(x)}$ en $x = 0$;
2. à l'ordre 3 de la fonction $x \mapsto \tan(x)$ en $x = 0$;
3. à l'ordre 3 de la fonction $x \mapsto \ln(x)$ en $x = 2$.

Exercice 2

On définit la fonction f sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = x^2 \sin(1/x)$.

1. Montrer que la fonction f est de classe \mathcal{C}^1 sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ et qu'elle peut se prolonger sur \mathbb{R} , en une fonction continue \tilde{f} .
2. Montrer que la fonction \tilde{f} est dérivable en 0.
3. La fonction \tilde{f} est-elle de classe \mathcal{C}^1 ?

¹Par "développement à l'ordre n en $x = a$ ", on entend un développement en $+o((x - a)^n)$